

**Rafael Morales Herrera**

**CONTROL Y GENERACIÓN DE  
TRAYECTORIAS DE UN NUEVO SISTEMA  
DE LOCOMOCIÓN PARA SILLAS DE  
RUEDAS CON CAPACIDAD DE SUBIR Y  
BAJAR ESCALERAS**

I.S.B.N. Ediciones de la UCLM  
978-84-8427-509-1



---

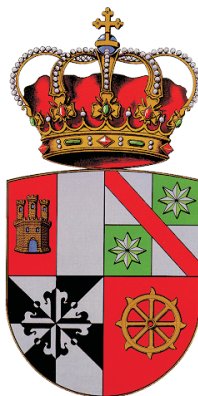
Ediciones de la Universidad  
de Castilla-La Mancha

Cuenca, 2007

UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y AUTOMÁTICA



# Control y Generación de Trayectorias de un Nuevo Sistema de Locomoción para Sillas de Ruedas con Capacidad de Subir y Bajar Escaleras

Tesis Doctoral

DIRECTOR

Vicente Feliu Batlle

AUTOR

Rafael Morales Herrera

Ciudad Real, 2006

*A mis padres y mi hermano,  
por su apoyo y confianza*

*A Eva,  
por su amor y ánimo  
en los momentos de desaliento*

# Agradecimientos

La realización de esta tesis doctoral ha sido posible gracias a la colaboración inestimable de un gran número de personas. A todas ellas quiero dedicar estas páginas de agradecimiento.

A mi director de tesis, Vicente Feliu por el constante apoyo e interés que me ha dispensado en mi carrera investigadora y docente, especialmente reflejado durante el tiempo de realización de la presente tesis.

A Eva por la comprensión y paciencia mostradas durante todos estos años. Muchas de las horas aquí invertidas se las he robado a ella, y a pesar de ello me ha prestado siempre el apoyo y cariño necesarios.

A mi familia quiero darles las gracias por su apoyo moral y por haber estado a mi lado en todo momento respetando mi decisión.

A Pedro Hungría por su ayuda en la construcción del prototipo experimental. Siempre ha tenido tiempo para ayudarme dejando en un segundo plano sus problemas.

Quisiera agradecer también a Pedro Roncero, José Andrés Somolinos, Daniel Cortazar y Luis Sánchez sus valiosos comentarios e indicaciones a la hora de resolver determinadas cuestiones que han aparecido en la tesis.

No puedo olvidar a mis compañeros Francisco Ramos e Ismael Payo con los cuales he compartido despacho e incontables horas de trabajo. Sus bromas y su amistad han hecho que todo fuera más divertido.



# Índice General

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>27</b>
1.1	Motivación . . . . .	27
1.2	Estado del arte . . . . .	29
1.2.1	Modelado y control de mecanismos tipo oruga. . . . .	29
1.2.2	Modelado y control de mecanismos con ruedas. . . . .	32
1.2.3	Modelado y control de mecanismos con clusters de ruedas . . . . .	33
1.2.4	Modelado y control de mecanismos con patas articuladas. . . . .	35
1.2.5	Modelado y control de sistemas híbridos compuestos de patas y ruedas	38
1.2.6	Modelado y control de sistemas híbridos compuestos de patas con ruedas	40
1.3	Objetivos de la tesis . . . . .	42
1.4	Estructura de la memoria . . . . .	43
1.5	Resumen . . . . .	46
<b>2</b>	<b>Descripción del Sistema Mecánico</b>	<b>47</b>
2.1	Objetivos . . . . .	47
2.2	Planteamiento del problema. . . . .	48
2.2.1	Problema de Remonte . . . . .	51
2.2.2	Problema de Posicionamiento . . . . .	54
2.3	Etapas de movimiento del sistema dentro de la escalera . . . . .	56
2.4	Resumen . . . . .	59
<b>3</b>	<b>Prototipo Experimental</b>	<b>61</b>
3.1	Mecanismo . . . . .	61
3.1.1	Mecanismo de remonte . . . . .	63
3.1.2	Mecanismo de posicionamiento . . . . .	65
3.1.3	Ensamblaje de sistema final. . . . .	65
3.2	Actuadores y sensores . . . . .	66

3.2.1	Actuadores . . . . .	66
3.2.2	Sensores . . . . .	69
3.3	Arquitectura de control . . . . .	71
3.3.1	Arquitectura Hardware . . . . .	71
3.3.2	Arquitectura Software . . . . .	72
3.3.3	Período de Muestreo . . . . .	73
3.4	Resumen . . . . .	74
<b>4</b>	<b>Descripción del Modelo Cinemático</b>	<b>75</b>
4.1	Introducción . . . . .	75
4.2	Modelos cinemáticos de la silla de ruedas sobre perfiles sin discontinuidades .	76
4.2.1	Modelo cinemático directo (MCD) en perfiles sin discontinuidades . .	77
4.2.2	Modelo cinemático inverso (MCI) en perfiles sin discontinuidades . . .	79
4.3	Modelos cinemáticos de la silla de ruedas sobre perfiles con discontinuidades .	80
4.3.1	Modelo cinemático directo (MCD) en perfiles con discontinuidades . .	80
4.3.2	Modelo cinemático inverso (MCI) en perfiles con discontinuidades . .	85
4.4	Validación experimental de los modelos cinemáticos . . . . .	89
4.5	Resumen . . . . .	96
<b>5</b>	<b>Estrategias de ascenso</b>	<b>97</b>
5.1	Introducción . . . . .	97
5.2	Trayectoria del chasis de la silla de ruedas formada por la unión de rectas horizontales y rectas con la misma inclinación que los mecanismos de remonte	99
5.2.1	Trayectoria del chasis de la silla de ruedas con la misma pendiente que el tren T1 o el tren T2 . . . . .	100
5.2.2	Trayectoria del eje central de la silla de ruedas el tren T1 se encuentra en modo rodadura y el tren T2 desplegando el mecanismo de remonte	102
5.2.3	Trayectoria del eje central de la silla de ruedas el tren T2 se encuentra en modo rodadura y el tren T1 desplegando el mecanismo de remonte	104
5.2.4	Trayectoria del chasis de la silla de ruedas con la misma pendiente que la pendiente de subida de los mecanismos de remonte . . . . .	106
5.3	Trayectoria del chasis de la silla de ruedas formada por la unión de dos arcos de circunferencia y una línea recta con la misma pendiente de inclinación que la escalera. . . . .	108
5.4	Validación experimental de las estrategias de ascenso . . . . .	110
5.4.1	Capacidad de adaptación al entorno del prototipo . . . . .	110

5.4.2	Comportamiento del prototipo ante diferentes tipos de trayectorias . .	115
5.5	Resumen . . . . .	119
<b>6</b>	<b>Calibración del Prototipo</b>	<b>123</b>
6.1	Introducción . . . . .	123
6.2	Planteamiento del problema . . . . .	124
6.3	Calibración del prototipo real . . . . .	130
6.4	Resumen . . . . .	133
<b>7</b>	<b>Optimización de trayectorias</b>	<b>137</b>
7.1	Introducción . . . . .	137
7.2	Planteamiento del problema . . . . .	138
7.2.1	Optimización fase 1: Los dos trenes en modo rodadura . . . . .	138
7.2.2	Optimización fase 2: Tren T1 en modo rodadura y tren T2 desplegando su mecanismo de remonte . . . . .	140
7.2.3	Optimización fase 3: Tren T2 en modo rodadura y tren T1 desplegando su mecanismo de remonte . . . . .	143
7.3	Verificación experimental de los algoritmos de optimización de trayectorias . .	145
7.4	Resumen . . . . .	148
<b>8</b>	<b>Control del prototipo</b>	<b>153</b>
8.1	Introducción . . . . .	153
8.2	Descripción de la filosofía de navegación del prototipo . . . . .	154
8.3	Estudio de la estabilidad del sistema . . . . .	157
8.3.1	Estudio de la segunda condición del teorema de Liapunov para la Fase 1: Los dos ejes en modo rodadura . . . . .	158
8.3.2	Estudio de la segunda condición del teorema de Liapunov para la Fase 2: Tren T1 en modo rodadura y tren T2 desplegando su mecanismo de remonte. . . . .	160
8.3.3	Estudio de la segunda condición del teorema de Liapunov para la Fase 3: Tren T2 en modo rodadura y tren T1 desplegando su mecanismo de remonte. . . . .	161
8.3.4	Estudio de la segunda condición del teorema de Liapunov para la Fase 4: Trenes T1 y T2 desplegando sus correspondientes mecanismos de remonte . . . . .	163
8.4	Control de estabilización del chasis del prototipo . . . . .	164

8.4.1	Estabilización Fase 1: Los dos ejes en modo rodadura . . . . .	167
8.4.2	Estabilización Fase 2: Tren T1 en modo rodadura y tren T2 desplegando su mecanismo de remonte . . . . .	169
8.4.3	Estabilización Fase 3: Tren T2 en modo rodadura y tren T1 desplegando su mecanismo de remonte . . . . .	170
8.4.4	Estabilización Fase 4: Trenes T1 y T2 desplegando sus correspondientes mecanismos de remonte . . . . .	172
8.5	Validación experimental del control del prototipo . . . . .	173
8.6	Conclusiones . . . . .	177
<b>9</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>179</b>
9.1	Resultados de esta tesis . . . . .	179
9.2	Aportaciones de esta tesis . . . . .	181
9.3	Publicaciones . . . . .	182
9.4	Futuras líneas de investigación . . . . .	184
	<b>Bibliografía</b>	<b>185</b>
<b>A</b>	<b>Características Técnicas</b>	<b>193</b>
<b>B</b>	<b>Desarrollo completo de los modelos cinemáticos directo e inverso con la silla sobre la escalera</b>	<b>201</b>
B.1	Modelo cinemático directo . . . . .	201
B.1.1	MCD Fase 1: Los dos trenes en modo rodadura . . . . .	201
B.1.2	MCD Fase 2: Tren T1 en modo rodadura y tren T2 desplegando su mecanismo de remonte . . . . .	202
B.1.3	MCD Fase 3: Tren T2 en modo rodadura y tren T1 desplegando su mecanismo de remonte . . . . .	203
B.1.4	MCD Fase 4: Trenes T1 y T2 desplegando sus mecanismos de remonte correspondientes . . . . .	204
B.2	Modelo cinemático inverso . . . . .	205
B.2.1	MCI Fase 1: Los dos trenes en modo rodadura . . . . .	205
B.2.2	MCI Fase 2: Tren T1 en modo rodadura y tren T2 desplegando su mecanismo de remonte . . . . .	206
B.2.3	MCI Fase 3: Tren T2 en modo rodadura y tren T1 desplegando su mecanismo de remonte . . . . .	207

B.2.4	MCI Fase 4: Trenes T1 y T2 desplegando sus mecanismos de remonte correspondientes . . . . .	208
<b>C</b>	<b>Desarrollo del cálculo de la elección de la estrategia de subida de escaleras</b>	<b>211</b>
C.1	Trayectoria del eje central de la silla de ruedas con la misma pendiente que la pendiente del terreno sobre la que ruedan los trenes T1 o T2 . . . . .	211
C.2	Trayectoria del eje central de la silla de ruedas el tren T1 se encuentra en modo rodadura y el tren T2 desplegando el mecanismo de remonte . . . . .	215
C.3	Trayectoria del eje central de la silla de ruedas el tren T2 se encuentra en modo rodadura y el tren T1 desplegando el mecanismo de remonte . . . . .	218
C.4	Trayectoria del eje central de la silla de ruedas con la misma pendiente que la de los mecanismos de remonte de los trenes T1 o T2 . . . . .	221
C.5	Generacion de trayectorias de subida/bajada mediante la unión de dos arcos de circunferencia y una linea recta con la misma pendiente que la escalera . .	223



# Índice de Figuras

1.1	Robot Oruga <i>Xevius</i> . Afronta con éxito escaleras de hasta 30°. . . . .	30
1.2	Plataforma para elevar sillas de ruedas <i>Sunwa Tre52</i> sin carga (izquierda) y en funcionamiento sobre unas escaleras (derecha) . . . . .	31
1.3	Prototipo con doble oruga diseñado en Nagasaki Institute. Funcionamiento sin barreras (izquierda) y superando una escalera (derecha) . . . . .	32
1.4	Prototipo <i>Helios V</i> diseñado en Tokyo Institute of Technology (izquierda). Esquema constructivo del robot (derecha). . . . .	33
1.5	Robot todoterreno <i>Shrimp</i> con capacidad de subir escaleras desarrollado en Swiss Federal Institute of Technology Zurich . . . . .	34
1.6	Modelo <i>Ibot 3000</i> sobre escalera . . . . .	35
1.7	(a) Modelo con cluster de tres ruedas y patines antivuelco en funcionamiento libre de barreras; (b) Modelo con cluster de tres ruedas y patines antivuelco sobre escalera . . . . .	36
1.8	(a) Prototipo de la Universidad de Nagasaki trabajando en ascenso y descenso de escaleras; (b) Prototipo accediendo a una furgoneta. . . . .	37
1.9	Serie de robots <i>Titan</i> desarrollados en el Tokyo Institute of Robotics . . . . .	38
1.10	Prototipo híbrido <i>Wheeleg Robot</i> desarrollado en Università di Catania. . . . .	39
1.11	Prototipo híbrido <i>Alduro</i> desarrollado en Universitat Duisburg Essen. (a) Modelo en simulación; (b) Prototipo real. . . . .	40
1.12	Silla de ruedas con dos patas desarrollada en Pennsylvania University . . . . .	41
1.13	Robots de propulsión híbrida (a) <i>Hybtor</i> desarrollado en Helsinki University of Technology; (b) <i>Hylos</i> desarrollado en Laboratoire Robotique de Paris . . . . .	42
1.14	Robot <i>RollerWalker</i> desarrollado en Tokyo Institute of Technology. Se muestran las trayectorias de los extremos de las patas del robot. . . . .	44
2.1	Esquema cinemático del sistema completo. Subsistemas de remonte (1) y posicionamiento (2). . . . .	50

2.2	Esquema Mecanismo Posicionamiento (PM). Con los trenes 1 y 2 (T1 y T2) sustituidos por sus barras chasis apoyadas sobre el camino equivalente (EP) .	52
2.3	Esquema detallado del sistema de remonte de escalones . . . . .	53
2.4	Secuencia de subida de un escalón . . . . .	54
2.5	Secuencia de bajada de un escalón . . . . .	55
2.6	(a) Esquema de construcción de la silla de ruedas; (b) Zona de trabajo de la silla de ruedas . . . . .	56
2.7	(a) Fase 01: Mecanismo en su posición previa a inicio de subida de escalera; (b) Fase 02: Tren T2 esta en la escalera mientras que el tren T1 permanece en rodadura . . . . .	57
2.8	(a) Fase 03: Los dos trenes T1 y T2 en escalera; (b) Fase 04: Tren T1 esta en la escalera mientras que el tren T2 permanece en rodadura . . . . .	58
3.1	Vista general del prototipo desarrollado . . . . .	62
3.2	Detalle de los mecanismos de remonte: (a) Tren T1; (b) Tren T2 . . . . .	64
3.3	Detalle del mecanismo de posicionamiento . . . . .	66
3.4	(a) Detalle de los actuadores lineales del mecanismo de posicionamiento; (b) Detalle de los actuadores encargados de los mecanismos de remonte y de tracción	68
3.5	Detalle del sistema sensorial del prototipo: a) Medidor de ángulo, b) Inclímetro, c) Solenoide electromagnético, d) Interruptores y e) Ultrasonidos	70
3.6	Esquema general de la arquitectura hardware utilizada . . . . .	72
4.1	Diagrama con las magnitudes más importantes del sistema . . . . .	77
4.2	(a) Silla de ruedas con los dos trenes en modo rodadura ; (b) Silla de ruedas con tren T1 en modo rodadura y tren T2 desplegando mecanismo de remonte	82
4.3	(a) Silla de ruedas con tren T2 en modo rodadura y tren T1 desplegando mecanismo de remonte; (b) Silla de ruedas con trenes T1 y T2 desplegando sus correspondientes mecanismos de remonte . . . . .	83
4.4	Montaje experimental para realización de ensayos . . . . .	90
4.5	(a) Evolución del ángulo ( $\theta_1$ ) del tren T1 del mecanismo de posicionamiento; (b) Evolución del ángulo ( $\theta_2$ ) del tren T2 del mecanismo de posicionamiento .	91
4.6	Evolución de la posición de las ruedas motrices ( $\theta_3$ ) de la silla de ruedas; (b) Evolución del ángulo de inclinación $\gamma$ con respecto a la vertical del chasis de la silla de ruedas . . . . .	92



4.7	Evolución de la longitud instantánea ( $z_1$ ) del mecanismo de remonte del tren T1; (b) Evolución de la longitud instantánea ( $z_2$ ) del mecanismo de remonte del tren T2 . . . . .	93
4.8	Evolución de la trayectoria del centro de masas . . . . .	93
4.9	Primera parte de la secuencia de subida . . . . .	94
4.10	Segunda parte de la secuencia de subida . . . . .	95
5.1	Perfil de velocidad en las diferentes etapas del proceso de subida . . . . .	98
5.2	Trayectoria seguida por el chasis central en el proceso de subida. Las coordenadas ( $x, y$ ) están dadas en mm. . . . .	99
5.3	Esquema cinemático general para la silla de ruedas en modo rodadura . . . . .	100
5.4	Esquema cinemático general con el tren T1 en modo rodadura y el tren T2 desplegando su mecanismo de remonte . . . . .	103
5.5	Esquema cinemático general con el tren T2 en modo rodadura y el tren T1 desplegando su mecanismo de remonte . . . . .	105
5.6	Esquema cinemático general para la silla de ruedas cuando los trenes T1 y T2 de la silla de ruedas despliegan sus mecanismos de remonte . . . . .	107
5.7	Trayectoria seguida por el chasis central en el proceso de subida. Las coordenadas ( $x, y$ ) están dadas en mm. . . . .	108
5.8	Geometría de la trayectoria diseñada en la unión del arco con la recta. . . . .	109
5.9	Trayectorias impuestas al centro de masas del sistema para los experimentos .	111
5.10	(a) Evolución del ángulo ( $\theta_1$ ) del tren T1 del mecanismo de estabilización para el experimento 1; (b) Evolución del ángulo ( $\theta_2$ ) del tren T2 del mecanismo de estabilización para el experimento 1 . . . . .	112
5.11	(a) Evolución del mecanismo de remonte del tren T2 ( $z_2$ ) para el experimento 1; (b) Evolución del ángulo de inclinación de la silla ( $\gamma$ ) para el experimento 1.	113
5.12	(a) Evolución del ángulo ( $\theta_1$ ) del tren T1 del mecanismo de estabilización para el experimento 2; (b) Evolución del ángulo ( $\theta_2$ ) del tren T2 del mecanismo de estabilización para el experimento 2 . . . . .	114
5.13	(a) Evolución del mecanismo de remonte del tren T2 ( $z_2$ ) para el experimento 2; (b) Evolución del ángulo de inclinación de la silla ( $\gamma$ ) para el experimento 2.	114
5.14	Trayectorias espaciales de referencia y experimentales para el centro de masas de la silla de ruedas durante la subida de un escalón de 180 mm. . . . .	115
5.15	(a) Evolución del ángulo $\theta_1$ del tren T1 para la trayectoria recta; (b) Evolución del ángulo $\theta_1$ del tren T1 para la trayectoria curva . . . . .	116

5.16	(a) Evolución del ángulo $\theta_2$ del tren T2 para la trayectoria recta; (b) Evolución del ángulo $\theta_2$ del tren T2 para la trayectoria curva . . . . .	116
5.17	(a) Evolución del ángulo $\theta_3$ de las ruedas motrices del prototipo para la trayectoria recta; (b) Evolución del ángulo $\theta_3$ de las ruedas motrices del prototipo para la trayectoria curva . . . . .	117
5.18	(a) Evolución del mecanismo de remonte $z_1$ del tren T1 para la trayectoria recta; (b) Evolución del mecanismo de remonte $z_1$ del tren T1 para la trayectoria curva . . . . .	118
5.19	(a) Evolución del mecanismo de remonte $z_2$ del tren T2 para la trayectoria recta; (b) Evolución del mecanismo de remonte $z_2$ del tren T2 para la trayectoria curva . . . . .	119
5.20	(a) Evolución de la inclinación del mecanismo $\gamma$ con respecto a la vertical para la trayectoria recta; (b) Evolución de la inclinación del mecanismo $\gamma$ con respecto a la vertical para la trayectoria curva . . . . .	120
5.21	(a) Evolución de la trayectoria del centro de masas del mecanismo $\gamma$ con respecto a la vertical para la trayectoria recta; (b) Evolución de la trayectoria del centro de masas del mecanismo $\gamma$ con respecto a la vertical para la trayectoria curva . . . . .	121
5.22	(a) Evolución del módulo de la aceleración del centro de masas del mecanismo para la trayectoria recta; (b) Evolución del módulo de la aceleración del centro de masas del mecanismo para la trayectoria curva . . . . .	121
5.23	(a) Evolución del factor de pico para la trayectoria recta; (b) Evolución del factor de pico para la trayectoria curva . . . . .	122
6.1	Situación de las marcas necesarias para la calibración. . . . .	131
6.2	(a) Evolución del ángulo ( $\theta_1$ ) del tren T1 del mecanismo de posicionamiento para el desarrollo del algoritmo de calibración; (b) Evolución del ángulo ( $\theta_2$ ) del tren T2 del mecanismo de posicionamiento para el desarrollo del algoritmo de calibración . . . . .	132
6.3	(a) Evolución de la posición del actuador ( $\delta_1$ ) del tren T1 del mecanismo de remonte para el desarrollo del algoritmo de calibración; (b) Evolución de la posición del actuador ( $\delta_2$ ) del tren T2 del mecanismo de remonte para el desarrollo del algoritmo de calibración . . . . .	133
6.4	(a) Evolución de la inclinación con respecto a la vertical de la silla de ruedas; (b) Evolución de la posición de los puntos necesarios para la realización de la calibración. . . . .	134

6.5	Valor del funcional $\Lambda$ para los diferentes valores de los ángulos de los mecanismos de remonte $\mu_1$ y $\mu_2$ . . . . .	135
6.6	(a) Trayectorias del centro de masas antes de aplicar el algoritmo de calibración; (b) Trayectorias del centro de masas después de aplicar el algoritmo de calibración. . . . .	135
6.7	(a) Error relativo de seguimiento de trayectoria del centro de masas antes de aplicar el algoritmo de calibración; (b) Error relativo de seguimiento de trayectoria del centro de masas después de aplicar el algoritmo de calibración . . . . .	136
7.1	(a) Evolución del ángulo $\theta_1$ para la trayectoria sin optimizar; (b) Evolución del ángulo $\theta_1$ para la trayectoria optimizada . . . . .	146
7.2	(a) Evolución del ángulo $\theta_2$ para la trayectoria sin optimizar; (b) Evolución del ángulo $\theta_2$ para la trayectoria optimizada . . . . .	147
7.3	(a) Evolución de la longitud instantánea del mecanismo de remonte $z_1$ del tren T1 para la trayectoria sin optimizar; (b) Evolución de la longitud instantánea del mecanismo de remonte $z_1$ del tren T1 para la trayectoria optimizada . . . . .	148
7.4	(a) Evolución de la longitud instantánea del mecanismo de remonte $z_2$ del tren T2 para la trayectoria sin optimizar; (b) Evolución de la longitud instantánea del mecanismo de remonte $z_2$ del tren T2 para la trayectoria optimizada . . . . .	149
7.5	(a) Evolución de la inclinación de la silla de ruedas $\gamma$ con respecto a la dirección de la gravedad para la trayectoria sin optimizar; (b) Evolución de la inclinación de la silla de ruedas $\gamma$ con respecto a la dirección de la gravedad para la trayectoria optimizada . . . . .	149
7.6	Trayectorias espaciales experimentales sin optimizar y optimizadas para el centro de masas de la silla de ruedas . . . . .	150
7.7	(a) Evolución del módulo de la aceleración del centro de masas para la trayectoria sin optimizar; (b) Evolución de la aceleración del centro de masas para la trayectoria optimizada. . . . .	150
7.8	(a) Evolución del factor de pico para la trayectoria sin optimizar; (b) Evolución del factor de pico para la trayectoria optimizada. . . . .	151
8.1	Diagrama de Comportamientos de la Silla de Ruedas . . . . .	156
8.2	Esquema de control de la silla de ruedas . . . . .	166
8.3	(a) Evolución del ángulo ( $\theta_1$ ) del tren T1 del mecanismo de estabilización aplicando el algoritmo de control; (b) Evolución del ángulo ( $\theta_2$ ) del tren T2 del mecanismo de estabilización aplicando el algoritmo de control . . . . .	174

8.4	Evolución de la posición del mecanismo de remonte ( $z_1$ ) del tren T1 aplicando el algoritmo de control; (b) Evolución de la posición del mecanismo de remonte ( $z_1$ ) del tren T1 aplicando el algoritmo de control . . . . .	175
8.5	(a) Evolución de la posición de las ruedas motrices ( $\theta_3$ ) de la silla de ruedas aplicando algoritmo de control; (b) Evolución de la trayectoria del centro de masas ( $\mathbf{P}_g$ ) aplicando el algoritmo de control . . . . .	176
8.6	(a) Evolución de la trayectoria del ángulo de inclinación $\gamma$ con respecto a la vertical; (b) Evolución de la posición del conmutador ( $u$ ) aplicando el algoritmo de control . . . . .	177
8.7	(a) Evolución del módulo de la aceleración del centro de masas aplicando el algoritmo de control; (b) Evolución del factor de pico aplicando el algoritmo de control . . . . .	178

# Índice de Tablas

3.1	Peso y Relación Carga/Peso del prototipo para los diferentes modelos existentes.	67
6.1	Resultados de los parámetros calibrados. . . . .	134
A.1	Dimensiones de las barras del prototipo. . . . .	193
A.2	Dimensiones del prototipo. . . . .	194
A.3	Características técnicas baterías del prototipo . . . . .	194
A.4	Características del controlador <i>Maxon EPOS 24/5</i> . . . . .	194
A.5	Características técnicas del controlador <i>Devantech MD22</i> . . . . .	194
A.6	Características de los motores de actuación lineal <i>Linear Drives Matrix Max 3..A</i> . . . . .	195
A.7	Características de los motores de movimiento rotativo <i>Maxon RE 40 Ref 148867</i>	195
A.8	Características de reductores planetarios <i>Maxon GP 42 c Ref 203129</i> . . . . .	196
A.9	Características Encoder Digital <i>HEDL 55 with Line Driver RS 422</i> . . . . .	196
A.10	Características técnicas del sensor de inclinación <i>Seika NG3U</i> . . . . .	197
A.11	Características técnicas del Sensor de medición ángulo potenciométrico <i>FSG PK0613</i> . . . . .	197
A.12	Características técnicas del sensor de ultrasonidos <i>Devantech SRF08</i> . . . . .	197
A.13	Características técnicas del solenoide biestable lineal <i>Kuhnke BI17</i> . . . . .	198
A.14	Características técnicas del computador de control <i>Dell Optiplex gx260</i> . . . . .	198
A.15	Características técnicas de la tarjeta de puertos serie <i>4066A 32 bit PCI bus Plug and Play 8S I/O</i> . . . . .	198
A.16	Características técnicas de la tarjeta de adquisición de datos de National Instruments <i>DAQ 6024E</i> . . . . .	199



# Lista de Símbolos

## Letras mayúsculas

<b>0</b>	Vector columna compuesto por ceros de dimensión $n$
<b>A</b>	Matriz de datos conocidos en proceso calibración
<b>A<sub>i</sub><sup>*</sup></b>	Conjugada de la matriz <b>A<sub>i</sub></b>
<b>A<sub>i</sub><sup>t</sup></b>	Traspuesta de la matriz <b>A<sub>i</sub></b>
<b>B</b>	Vector columna términos independientes en proceso calibración
<b>B<sub>i</sub><sup>*</sup></b>	Conjugada de la matriz <b>B<sub>i</sub></b>
<b>B<sub>i</sub><sup>t</sup></b>	Traspuesta de la matriz <b>B<sub>i</sub></b>
<b>EP</b>	Camino Equivalente realizado por los mecanismos de remonte de la silla de ruedas
<b>MCD</b>	Modelo Cinemático Directo
<b>MCI</b>	Modelo Cinemático Inverso
<b>P<sub>C1</sub></b>	Posición absoluta entre el mecanismo de remonte y la huella del escalón del tren T1
<b>P<sub>C2</sub></b>	Posición absoluta entre el mecanismo de remonte y la huella del escalón del tren T2
<b>P<sub>g</sub></b>	Posición del centro de masas de la silla de ruedas

$\dot{\mathbf{P}}_g$	Velocidad del centro de masas de la silla de ruedas
$\ddot{\mathbf{P}}_g$	Aceleración del centro de masas de la silla de ruedas
$\hat{\mathbf{P}}_g$	Posición del centro de masas ideal que se debería obtener en el proceso de optimización en caso de no haber restricción alguna
PM	Mecanismo de Posicionamiento
R	Radio de las ruedas de la silla de ruedas y Radio de curvatura de la curva de empalme
$T_1$	Instante en el que el centro de masas se encuentra en el punto de empalme de la recta con la circunferencia
T1	Tren del mecanismo más retrasado en el proceso de subida de la escalera
T2	Tren del mecanismo más adelantado en el proceso de subida de la escalera
$\mathbf{U}$	Vector columna compuesto por unos de dimensión n
V	Función de energía dependiente de la inclinación de la silla con respecto a a dirección de la gravedad usada como función de Liapunov
$V_1$	Velocidad del centro de masas en el instante de tiempo $T_1$
$V_{max}$	Máxima velocidad permisible para el centro de masas de la silla de ruedas
$\mathbf{X}$	Vector columna de incógnitas de tipo real en proceso de calibración que no vienen afectados por ninguno de los ángulos de los mecanismos de remonte
$\hat{\mathbf{X}}$	Vector columna de parámetros de tipo real obtenidos en proceso de calibración que no vienen afectados por ninguno de los ángulos de los mecanismos de remonte
$\mathbf{Y}_1$	Vector columna de incógnitas de tipo real en proceso de calibración que vienen afectados por el ángulo de inclinación del mecanismo de remonte $\mu_2$
$\hat{\mathbf{Y}}_1$	Vector columna de parámetros de tipo real obtenidos en proceso de calibración que vienen afectados por el ángulo de inclinación del mecanismo de remonte $\mu_2$



$\mathbf{Y}_2$	Vector columna de incógnitas de tipo real en proceso de calibración que vienen afectados por el ángulo de inclinación del mecanismo de remonte $\mu_1$
$\hat{\mathbf{Y}}_2$	Vector columna de parámetros de tipo real obtenidos en proceso de calibración que vienen afectados por el ángulo de inclinación del mecanismo de remonte $\mu_1$
$\mathbf{Z}$	Vector de incógnitas a determinar en el proceso de calibración
$\mathbf{Z}_3$	Posición inicial absoluta de las ruedas del tren T2
$\mathbf{Z}_4$	Posición inicial absoluta de las ruedas del tren T1

## Letras minúsculas

$a$	Aceleración tangencial o Módulo de aceleración
$a_{max}$	Máxima aceleración permisible para el centro de masas
$\mathbf{f}(\theta)$	Trayectoria seguida por los ejes de las ruedas del mecanismo cuando ésta se mueve sobre un perfil genérico
$\mathbf{f}(\theta_3)$	Posición del centro de la rueda del tren T2
$\mathbf{f}(\theta_4)$	Posición del centro de la rueda del tren T1
$\hat{\mathbf{f}}(R\theta)$	Punto de contacto de la rueda con el perfil genérico
$\hat{\mathbf{f}}(s)$	Perfil genérico sin discontinuidades sobre el que se mueve la silla de ruedas
$h$	Altura del escalón
$l_i$	Longitud de cada miembro rígido del sistema
$n$	Número de muestras del ensayo de calibración
$u$	Entrada de control en el conjunto discreto $\{0, 1\}$
$u_{eq}$	Entrada de control que mantiene al sistema en la superficie de deslizamiento obtenida a partir de las condiciones de invariancia $\sigma = \dot{\sigma} = 0$

$x_i$	Parámetros constantes a determinar en el proceso de calibración
$y_i$	Parámetros constantes a determinar en el proceso de calibración relacionados con los desplazamientos de los mecanismos de remonte
$z_1$	Longitud instantánea del mecanismo de remonte del tren T1
$z_2$	Longitud instantánea del mecanismo de remonte del tren T2

## Símbolos griegos

$\alpha_1$	Ángulo de inclinación del terreno sobre el que se mueve el tren T1
$\alpha_2$	Ángulo de inclinación del terreno sobre el que se mueve el tren T2
$\delta$	Ángulo de inclinación de los mecanismos de remonte con respecto a la vertical
$\Delta \mathbf{f}(\theta_3)$	Desplazamiento incremental de la posición $\mathbf{f}(\theta_3)$
$\Delta \mathbf{f}(\theta_4)$	Desplazamiento incremental de la posición $\mathbf{f}(\theta_4)$
$\Delta \gamma$	Desplazamiento incremental del ángulo $\gamma$
$\delta_i$	Constante de relación entre el desplazamiento medido en el encoder del mecanismo de remonte $i$ y el desplazamiento real del mecanismo de remonte $i$
$\Delta \mathbf{P}_g$	Desplazamiento incremental de la posición $\mathbf{P}_g$
$\Delta \theta_1$	Desplazamiento incremental del ángulo $\theta_1$
$\Delta \theta_2$	Desplazamiento incremental del ángulo $\theta_2$
$\Delta z_1$	Desplazamiento incremental de la posición $z_1$
$\Delta z_2$	Desplazamiento incremental de la posición $z_2$
$F_1$	Funcional a minimizar en el proceso de optimización de trayectorias
$\gamma$	Inclinación con respecto a la dirección de la gravedad del chasis de la silla de ruedas

---

$\Lambda$	Funcional a minimizar en el proceso de calibración
$\mu$	Ángulo de inclinación de cada uno de los mecanismos de remonte con respecto a la horizontal
$\mu_i$	Ángulos definidos para conectar geométricamente los vectores que componen el esquema cinemático
$\sigma$	Superficie deslizante
$\theta_1$	Ángulo del mecanismo de estabilización correspondiente al tren T1
$\theta_2$	Ángulo del mecanismo de estabilización correspondiente al tren T2
$\hat{\theta}_1$	Ángulo del mecanismo de estabilización correspondiente al tren T2 que minimiza el funcional de optimización de trayectorias
$\hat{\theta}_2$	Ángulo del mecanismo de estabilización correspondiente al tren T2 que minimiza el funcional de optimización de trayectorias
$\theta_3$	Ángulo de giro de las ruedas motrices
$\theta_4$	Ángulo de giro de las ruedas no motrices
$\xi$	Ángulo de inclinación de la escalera



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1 Motivación

El planteamiento de esta tesis doctoral se enmarca en el seno de dos proyectos CICYT con referencias DPI2001-1308-CO2-02 y DPI2001-1308-CO2-01. El objetivo principal del primero era el diseño y construcción de un prototipo de silla de ruedas con movilidad mejorada, mientras que el segundo de los proyectos, en el que el autor de esta tesis obtuvo una beca FPI asociada al mismo, tenía como finalidad el control del prototipo anterior.

El propósito de estos dos proyectos es desarrollar un prototipo de silla de ruedas con nuevas capacidades para minusválidos de forma que les proporcione un mayor nivel de autonomía en su vida cotidiana, y simplifique el trabajo de los cuidadores en residencias y hospitales. Las funciones que la silla debe incorporar son:

- Capacidad de la silla de subir y bajar escaleras o rampas automáticamente. La finalidad de esta tesis se centra principalmente en el control y la generación de trayectorias de la silla de ruedas cuando ésta se enfrenta a este tipo de obstáculos.
- Traslación mecanizada del minusválido de la cama a la silla y viceversa.
- Bipedestación o capacidad del minusválido de estar de pie en la silla.
- Capacidad de ajuste de la inclinación de la banqueta de la silla para inclinar al enfermo y reducir las presiones.
- Sistema inteligente de pedaleo para rehabilitación, es decir, control de la velocidad de pedaleo en función de la fuerza ejercida.

- Capacidad de producir pulsaciones periódicas en los pies y la espalda del enfermo mediante membranas y una bomba de aire con objeto de activar la circulación y reducir molestias (bomba venosa).
- Diseño de una interfase hombre-máquina, para controlar las funciones anteriormente descritas, que varíe en función del tipo de minusvalía.

Debe indicarse que no existe ninguna silla en el mundo que incorpore todas estas funciones simultáneamente. El reto aquí consiste en desarrollar mecanismos y sistemas de control complejos y originales que permitan realizar todo lo anterior de manera lo más eficiente posible y a un precio asequible para la mayor parte de los potenciales clientes. En este sentido, un requisito adicional del diseño es que todas o gran parte de estas funciones se desarrollen de forma modular, de modo que el precio de la silla pueda variar dependiendo de las funciones que ésta incorpore.

Este tipo de mejoras de calidad de vida afecta a un número muy elevado de personas. En España, en la actualidad, viven 1.300.000 discapacitados menores de 65 años. Además la capacidad de movimiento autónomo disminuye con la edad, de forma que aproximadamente un 15% de la población mayor de 65 años ( $0.15 \cdot 6.700.000 = 1.005.000$  personas en España) necesita ayuda, mientras que este porcentaje se eleva hasta el 66% aproximadamente para la población mayor de 80 años ( $0.66 \cdot 1.500.000 = 990.000$  personas en España). Cuando estas cifras se extienden al resto de la población mundial se obtiene una demanda muy importante, así como una fundada motivación para investigar en el desarrollo de nuevos prototipos.

Como ya se ha indicado, el objetivo de esta tesis es el desarrollo de nuevos sistemas de locomoción para sillas de ruedas, capaces de superar obstáculos. En los últimos años ha aumentado el empleo de sillas de ruedas motorizadas por la aparición de nuevos prototipos más económicos, asequibles para personas con un nivel económico medio. Estas sillas comerciales han mejorado de forma incuestionable la movilidad de las personas con discapacidad motora. Sin embargo, aunque en los últimos años se han promulgado leyes que obligan a que los nuevos edificios no presenten problemas de accesibilidad, la ciudad puede convertirse en un mundo infranqueable: los obstáculos se multiplican en calles y veredas, ascensores o lugares de esparcimiento. Estas barreras arquitectónicas son imposibles de eliminar en multitud de ocasiones lo que potencia la investigación y el desarrollo de dispositivos motorizados que sean capaces de afrontar con éxito este tipo de situaciones y así devolver a las personas con discapacidad motora esta parte de sus derechos humanos (el que se refiere a la libertad de desplazarse). Construir un mundo para todos es difícil, pero posible.

## 1.2 Estado del arte

El estudio de técnicas para superar barreras arquitectónicas es una línea de investigación emergente en los últimos años que tiene como propósito contribuir a la integración social de las personas con discapacidad. Desde el punto de vista de la ingeniería, la forma de romper con estas barreras es a través del desarrollo de prototipos que solventen con éxito este tipo de obstáculos para lograr una integración justa e igualitaria entre todas las personas. Resolver este desafío implica resolver un problema de elevada dificultad ya que una escalera supone un obstáculo muy complicado para un vehículo, especialmente si se trata de un vehículo con ruedas.

En el presente capítulo se revisarán las diferentes aportaciones que han realizado los investigadores del campo de la robótica teniendo como tema principal de estudio el diseño y control de dispositivos con capacidad de superación de obstáculos. La exposición no se circunscribirá únicamente a modelado y control de sillas con capacidad para subir o bajar escaleras, sino que se incluirán también sistemas diseñados para trabajar en diferentes tipos de terrenos con perfiles abruptos. Con ello se pretende dar una idea más amplia de la problemática asociada al diseño y control de prototipos capaces de superar obstáculos de importancia. Dichas aportaciones pueden enmarcarse dentro de alguno de los apartados que se muestran a continuación.

1. Modelado y control de mecanismos tipo oruga.
2. Modelado y control de mecanismos con ruedas.
3. Modelado y control de mecanismos con clusters de ruedas.
4. Modelado y control de mecanismos con patas articuladas.
5. Modelado y control de mecanismos híbridos provistos de patas y ruedas.
6. Modelado y control de mecanismos híbridos provistos de patas con ruedas.

### 1.2.1 Modelado y control de mecanismos tipo oruga.

La oruga es quizás el método que más inmediatamente se identifica como medio de tracción todoterreno. Multitud de vehículos las utilizan hoy en día y así, por ejemplo, han terminado por hacerse insustituibles en buena parte de la maquinaria pesada para la ingeniería civil y en robótica (Yoneda K., 2001), (Hirose S., 1989). Estos sistemas presentan como ventajas la adaptabilidad a terrenos de geometrías y consistencias muy diferentes. Además, el hecho de

que estos vehículos transporten su propia base sobre la que rodar les confiere una capacidad todoterreno difícilmente superable. La figura 1.1 muestra un ejemplo de prototipo robotizado de tipo oruga. Como inconvenientes se pueden citar la necesidad de elevados coeficientes de fricción entre la oruga y las esquinas de los peldaños para mantener el equilibrio. Esto hace que en muchos casos sea necesaria la incorporación a la oruga de tacos o surcos para transmitir mayores esfuerzos tangenciales. Otro inconveniente que presentan es la dificultad que tienen en las operaciones de descenso de escaleras. En este caso, el proceso puede ser peligroso debido a que la oruga se ve obligada a rotar alrededor del borde del primer escalón con el que se enfrenta. Para mejorar este problema y aumentar la seguridad del proceso de bajada, se realiza un control de posición de la oruga con respecto a la base utilizándose para el lazo de realimentación la información del ángulo de pivotamiento. Como último inconveniente cabría citar que el movimiento sobre dispositivos tipo oruga es poco confortable en comparación con un vehículo con ruedas convencional.

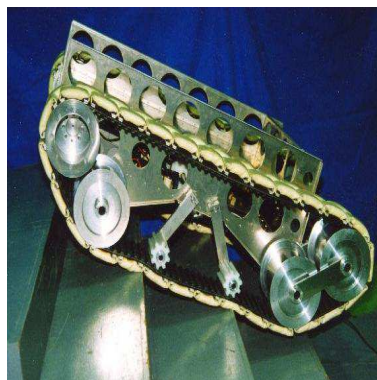


Figura 1.1: Robot Oruga *Xevius*. Afronta con éxito escaleras de hasta  $30^\circ$ .

Los primeros modelos comerciales de orugas utilizados para mejorar la movilidad de personas con algún tipo de discapacidad datan de la década de los noventa (WheelChairLift, 1997). Algunos de estos vehículos incorporan plataformas donde transportar sillas de ruedas con sus ocupantes (TRE-52, 1998). La figura 1.2 muestra un ejemplo de este tipo de sistemas. Otros sistemas incorporan sobre el sistema orugas asientos similares a las de las sillas de ruedas convencionales (Tracabout, 1999) que proporcionan mayor comodidad al usuario.

En los prototipos de sillas de ruedas que usan un único mecanismo de tipo oruga, el único control que se realiza de forma automática es el del mantenimiento del ángulo de pivotamiento. El resto del sistema es controlado de forma manual, siendo el usuario el que debe juzgar y ajustar la altura del asiento, la velocidad y dirección del vehículo y el intercambio entre el movimiento con ruedas y el movimiento con orugas.



Otra forma de resolver el problema del pivotamiento es mediante mecanismos con más de un par de orugas (Lawn M. J., 2001), (Hirose S., 1992). La figura 1.3 muestra un ejemplo de este tipo de mecanismos. La parte central del control automático de este mecanismo es el guiado direccional del mecanismo. Dicho guiado se consigue mediante un sistema de visión formado por dos cámaras CCD situadas en las partes delanteras y traseras de la silla de ruedas. El procesamiento de datos de estas cámaras se ejecuta en tiempo real. En la figura 1.3 se puede observar que la escalera tiene una línea amarilla para proporcionar un guiado básico y marcas especiales para proporcionar información adicional. A partir del procesamiento de los datos del sistema se realiza un control de los movimientos de las dos orugas. Por otro lado, este sistema posee una botonera para poder elegir la función apropiada en cada momento (movimiento manual, bajada escaleras, ..., etc).



Figura 1.2: Plataforma para elevar sillas de ruedas *Sunwa Tre52* sin carga (izquierda) y en funcionamiento sobre unas escaleras (derecha)

Aunque mejora el comportamiento del sistema, el hecho de duplicar las orugas lleva aparejado un incremento en la complejidad y peso del sistema, además sigue sin resolver el problema de la incomodidad. Estas personas escogen con cuidado sus ambientes habituales para así tener los mínimos problemas de accesibilidad, utilizando sólo puntualmente la capacidad de superación de obstáculos de su silla. Con estas consideraciones no resulta admisible obligar al usuario a soportar los inconvenientes de las orugas para aprovechar sus ventajas en contadas ocasiones.

Como consecuencia de los inconvenientes anteriormente citados, se deben considerar otros



Figura 1.3: Prototipo con doble oruga diseñado en Nagasaki Institute. Funcionamiento sin barreras (izquierda) y superando una escalera (derecha)

sistemas como solución para mejorar la movilidad de las sillas de ruedas para discapacitados.

### 1.2.2 Modelado y control de mecanismos con ruedas.

En este tipo de mecanismos, la capacidad de superar obstáculos depende del diámetro y de la presión de inflado de los neumáticos. En este caso, la altura de escalón superable es directamente proporcional al diámetro de la rueda e inversamente proporcional a la presión de inflado del neumático (Lawn, 2002). Además, la elección del diámetro adecuado de neumático es crítica en este tipo de sistemas, ya que la maniobrabilidad del sistema disminuye al aumentar el diámetro del neumático. Por otro lado, en mecanismos que superan obstáculos de tipo escalera el aumento del diámetro del neumático impide que la rueda pueda emplazarse con suficiente holgura dentro de la huella de los escalones.

Otra posible forma de aumentar la altura del obstáculo a superar es disminuyendo la presión de inflado de los neumáticos, ya que se genera un incremento de las fuerzas de contacto entre los bordes del obstáculo y el neumático. De igual forma que ocurriría en la elección del diámetro del neumático, la elección de la presión de inflado de los neumáticos es crítica ya que una disminución excesiva de la presión de inflado implica una drástica disminución del rendimiento de la rodadura, un incremento del desgaste del neumático y un incremento de la potencia necesaria para mover el mecanismo.

En la literatura técnica se encuentran prototipos con ruedas de bajo inflado, utilizadas

conjuntamente con sistemas tipo oruga o ruedas de alta presión para mejorar el rendimiento de la rodadura y la maniobrabilidad (Uchida Y., 1999), (Hirose S., 2001). En estos sistemas, la altura de los obstáculos superados con éxito será menor o igual al radio de las ruedas del vehículo. La figura 1.4 presenta un ejemplo de este tipo de sistemas.

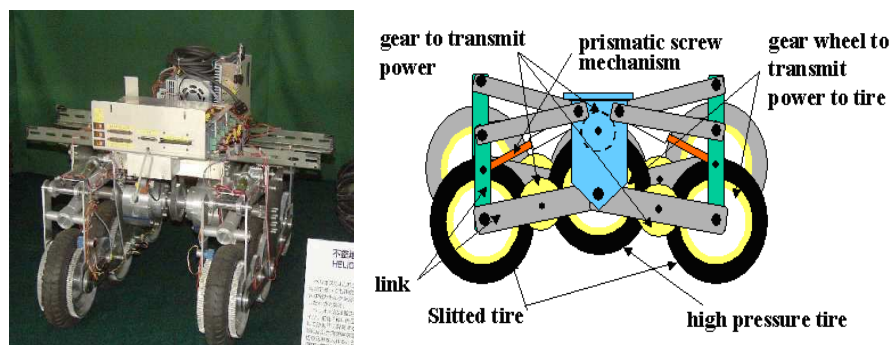


Figura 1.4: Prototipo *Helios V* diseñado en Tokyo Institute of Technology (izquierda). Esquema constructivo del robot (derecha).

Por otro lado, en los últimos tiempos, la principal actividad investigadora concierne al diseño de sistemas de dirección innovadores (Rollins E., 1998) y sistemas de suspensión. El uso de sistemas de suspensión en los mecanismos ofrece una alta adaptabilidad al terreno (Siegwart R., 2002), (Volpe, 1997). Estas suspensiones permiten que los vehículos puedan atravesar terrenos con discontinuidades mayores que el radio de las ruedas. La principal ventaja de los vehículos de ruedas son sus propiedades de bajo consumo, velocidad y capacidad de carga. La figura 1.5 presenta un ejemplo de este tipo de sistemas.

### 1.2.3 Modelado y control de mecanismos con clusters de ruedas

Este tipo de sistemas están formados por una serie de ruedas montadas en una barra unida al chasis mediante un eje que permite el giro relativo. Las ruedas se colocan a distancias equidistantes entre ellas en número de dos, tres o incluso cuatro. Los dispositivos provistos de clusters poseen buen rendimiento en rodadura, elevada comodidad y no tienen problemas en las entradas y salidas de escaleras como sucede con las orugas (ya que no poseen la plataforma rígida que conlleva el pivotamiento del sistema en el primer escalón de la escalera).

Por otro lado, como inconvenientes deberíamos destacar la mala adaptación a obstáculos distintos de los de diseño (debido a que la distancia entre centros de las ruedas no es adaptable a la geometría del obstáculo a superar), dificultad de implementar el sistema de dirección (ya que se necesita rotar el cluster entero o añadir ruedas adicionales autodireccionables),

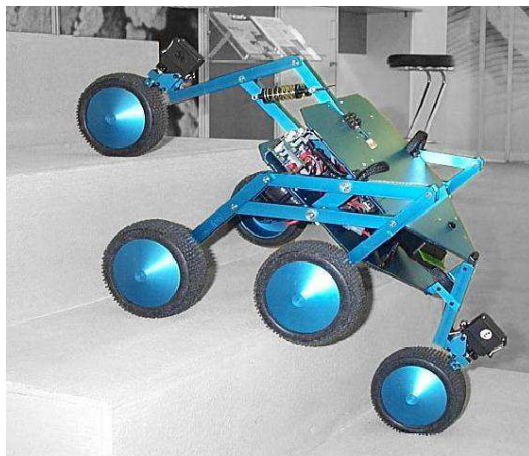


Figura 1.5: Robot todoterreno *Shrimp* con capacidad de subir escaleras desarrollado en Swiss Federal Institute of Technology Zurich

elevado requerimiento del par de accionamiento del eje del cluster de ruedas (lo que hace que se necesiten motores de elevado consumo provocando una disminución de la autonomía del vehículo), se multiplica el número de motores y frenos del sistema (ya que todas las ruedas del cluster deber estar dotadas de motores y frenos, incrementándose el número de motores o sistemas de transmisión) y se complica el sistema de control.

Se han desarrollado diferentes mecanismos para subir escaleras que implementan estas agrupaciones. Los más sencillos son pequeños montacargas donde se coloca la silla cuando se necesita remontar una escalera (Scalamobil, 2000). En estos dispositivos es necesario el concurso de un ayudante para garantizar la estabilidad del conjunto.

La complejidad del mecanismo aumenta si se desea que no necesite la intervención de ayudantes. Hay prototipos (Ibot3000, 2004) que logran la posición y orientación deseada del sistema a partir de la estimación del centro de gravedad del usuario que transporta y realizando un control de posición sobre las ruedas y sobre la orientación del asiento (figura 1.6). El problema de este tipo de sistemas es que puede pasar por situaciones de equilibrio inestable cuando las dos ruedas se encuentran en un eje común.

Otros diseñadores han optado por añadir patines antivuelco (Cox, 2002) para aumentar la seguridad de las agrupaciones de ruedas giratorias (ver figura 1.7) o un segundo cluster para aumentar la estabilidad (Tamagawa, 2004). Este tipo de mecanismos poseen un motor dotado de freno en cada rueda y un motor encargado de mover el eje central del cluster. La estabilización de estos sistemas se realiza mediante un control de posición conjunto de las ruedas que integran el cluster y de la posición relativa del eje central del cluster.



Figura 1.6: Modelo *Ibot 3000* sobre escalera

Otros modelos de silla de ruedas desarrollados permiten afrontar escalones de gran altura (Lawn M. J., 2003) además de acceder a una furgoneta (Lawn, 2002) (ver figura 1.8). El control de este sistema esta formado a su vez por dos subsistemas. El primero de ellos corresponde al control de posición de todos los actuadores del sistema mientras que el segundo de ellos está formado por todo el sistema sensorial donde están incluidos sensores de detección de obstáculos o de proximidad de barreras (6 sensores por rueda), encoders de cada uno de los actuadores, sistemas de detección infrarroja y de ultrasonidos. Por último, se comenta que el problema de balanceo de la silla de ruedas mientras el mecanismo negocia la subida con el escalón es de extrema importancia, ya que aunque la estabilidad estática es una propiedad inherente del sistema, los márgenes de estabilidad son pequeños. Para solucionar este problema, el sistema de control utiliza para el lazo de realimentación la información que proporciona un sensor giroscópico situado en el chasis.

#### 1.2.4 Modelado y control de mecanismos con patas articuladas.

Los mecanismos provistos de patas articuladas tienen su principal virtud en una insuperable adaptabilidad a terrenos abruptos. Se han hecho multitud de estudios sobre el desarrollo de sistemas mecánicos con este medio de locomoción (Hirose, 1984), (Kar, 2003), (Cham J. G., 2002), (Cham J. G., 2004), (González de Santos P., 2003), habiéndose fabricado prototipos con distinto número de patas. Sin embargo, estos dispositivos presentan una serie de



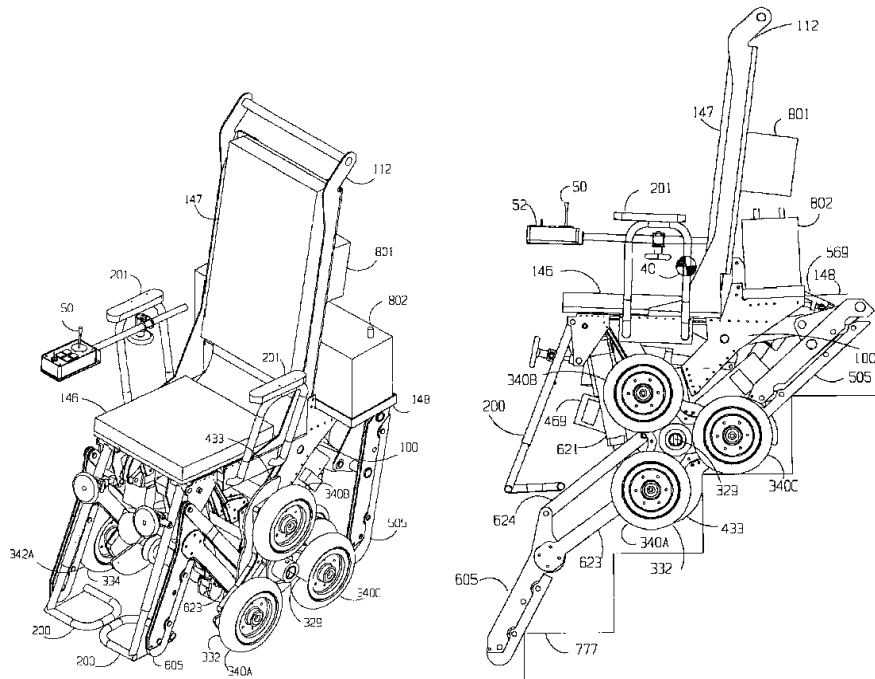


Figura 1.7: (a) Modelo con cluster de tres ruedas y patines antivuelco en funcionamiento libre de barreras; (b) Modelo con cluster de tres ruedas y patines antivuelco sobre escalera

inconvenientes como pueden ser una elevada complejidad mecánica, una desfavorable relación entre el peso del prototipo y la carga que son capaces de transportar y baja eficiencia en el movimiento de locomoción horizontal en ambientes sin barreras y con buen firme aunque mejoran considerablemente con respecto a otros sistemas de locomoción cuando los terrenos son blandos y se produce hundimiento en los apoyos (Todd, 1985).

Desde el punto de vista de control, para poder realizar la locomoción y adaptación al entorno en estos mecanismos, se hace necesario monitorizar el intervalo de tiempo en el que el robot contacta con el suelo, ya que proporciona información al robot sobre la efectividad de la corriente que alimentará a los motores en modo funcionamiento. Como modelo inicial se propone uno consistente en un centro de masas restringido a moverse únicamente en la dirección vertical con patas plegables que tienen contacto intermitente con el suelo. Aunque este movimiento no indica nada sobre el acoplamiento entre el movimiento vertical y el horizontal, un factor importante en la dinámica es que clarifica la relación entre la energía del sistema y la sincronización de los actuadores junto con un régimen permanente esperado obtenido mediante un esquema de control en bucle abierto (bajo la suposición de que el sistema es estable).

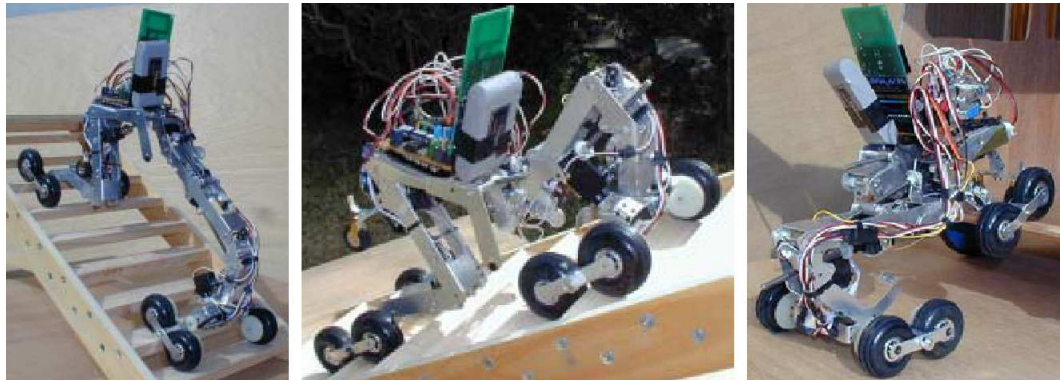


Figura 1.8: (a) Prototipo de la Universidad de Nagasaki trabajando en ascenso y descenso de escaleras; (b) Prototipo accediendo a una furgoneta.

Varios investigadores han estudiado variaciones sobre este modelo básico. A pesar de la aparente simplicidad del modelo descrito, exhibe un extenso conjunto de comportamientos dinámicos incluyendo movimientos periódicos estables e inestables. Son varios los autores (Raibert, 1986), (Koditschek D.E., 1991), (Valakis A.F., 1991) que analizan movimientos verticales de las patas en los cuales el empuje es activado mediante un control en lazo cerrado cuando la pata alcanza su posición de máxima compresión. Otros autores (Ringrose, 1997), (Komsuoglu H., 2000) han analizado y demostrado modelos de patas estables de movimientos verticales en lazo abierto. Los efectos derivados de la variación del periodo de la zancada en el control del motor en lazo abierto fueron considerados en (Ringrose, 1997) y (Berkemeier M.D., 1999). Ambos observan que la máxima altura de movimiento se obtiene cuando el empuje es iniciado con las patas en posición de máxima compresión, y que incrementando el período en que se produce la zancada se puede llegar a inestabilizar el sistema. Usando este resultado, en (Berkemeier M.D., 1999) se propone una ley de control que a partir de la información sobre la velocidad de la pata en el momento en que se produce el empuje, incrementa el periodo de la zancada hasta que su velocidad es cero, que ocurre cuando la pata está en su posición de máxima compresión.

Otros modelos que se han desarrollado abarcan diferentes campos de trabajo como pueden ser la superación de escaleras de hasta  $40^\circ$  (Kan S., 1991), realización de trabajos colgado sobre alambres en pendientes de hasta  $70^\circ$  (Hirose S., 1997), caminar sobre terrenos rugosos (Arikawa K., 1996) o como trabajo de desminado (Hirose S., 1998). Ejemplos de este tipo se pueden ver en la figura 1.9.

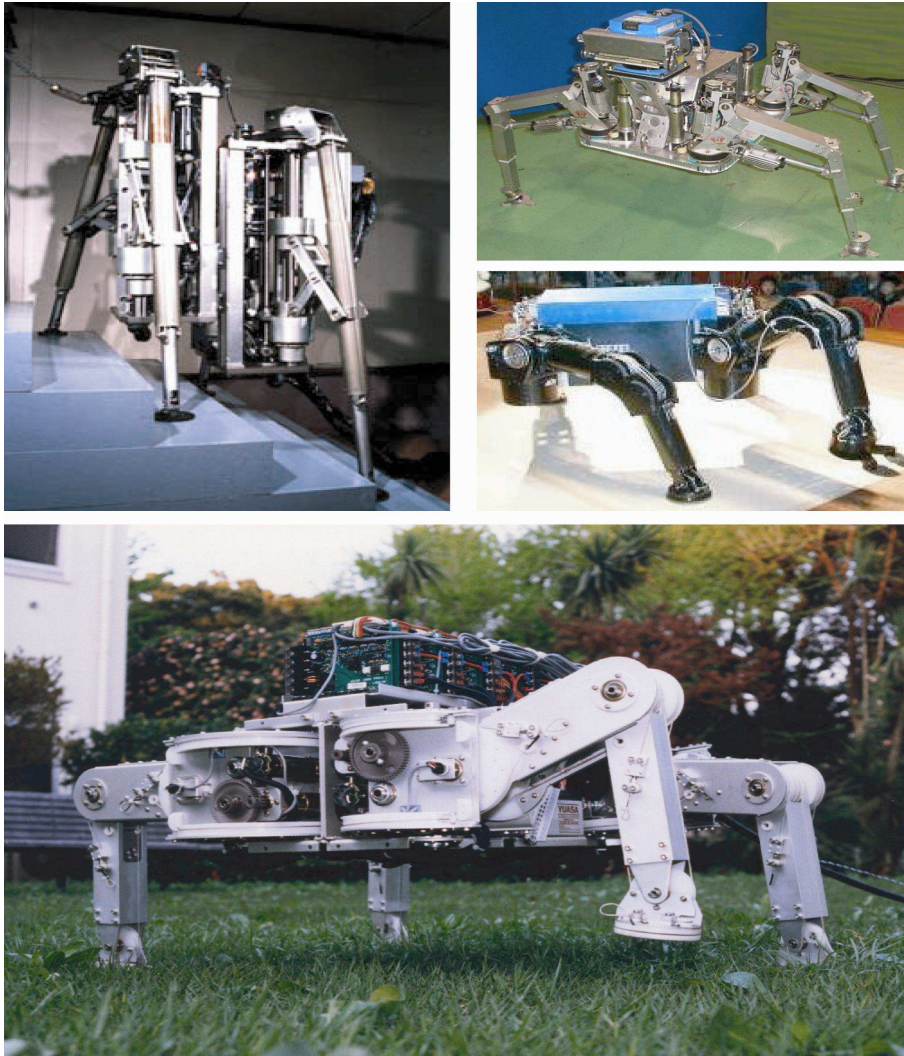


Figura 1.9: Serie de robots *Titan* desarrollados en el Tokyo Institute of Robotics

### 1.2.5 Modelado y control de sistemas híbridos compuestos de patas y ruedas

Estos sistemas aprovechan las ventajas de los vehículos con ruedas y de los mecanismos compuestos por patas para mejorar la capacidad de superación de obstáculos y la movilidad sobre terrenos irregulares.

En la literatura se encuentran ejemplos de prototipos aptos para trabajar en terrenos muy irregulares (Guccione S., 2003), aunque sus grandes ruedas no los hacen apropiados



para superar escaleras (ver figura 1.10). Este sistema se ha diseñado de forma que tiene libertad para cambiar la posición de cada una de las patas y de cada una de las ruedas con respecto al cuerpo central. Para mantener el equilibrio del sistema los autores han realizado un control cinemático en el que se requiere una buena sincronización de movimientos entre las patas y las ruedas. Otro aspecto considerado en este robot ha sido el equilibrio estático y dinámico del sistema. Para mantener el equilibrio estático se debe mantener en todo momento el centro de masas del sistema dentro de la intersección dada por los dos triángulos formados por los puntos de contacto de las patas delanteras y los dos puntos de contacto de las ruedas con el suelo. Para no inestabilizar el sistema se necesita la monitorización permanente de la inclinación del sistema. Por otro lado, debido a la baja velocidad de movimiento del sistema, no presenta problemas de equilibrio dinámicos, no estudiándose el problema dinámico.

También se han desarrollado prototipos híbridos de dimensiones mayores con elevada capacidad de carga (Cubero, 2000) y con accionamiento hidráulico de patas (Germann D., 2005), dos de ellas rematadas con ruedas (ver figura 1.11). El modelado cinemático y dinámico de estos sistemas se ha realizado analíticamente considerando el sistema total como un sistema multicuerpo. La solución del problema dinámico inverso es usado en el módulo correspondiente al controlador que usa el método de la linealización exacta de entrada-salida. El control se mejora significativamente con un simple regulador PID.



Figura 1.10: Prototipo híbrido *Wheeleg Robot* desarrollado en Università di Catania.

Por otro lado, existen modelos híbridos de sillas de ruedas a los que se le han añadido mecanismos formados por patas o brazos articulados con el fin de ayudar a personas con

discapacidad a superar obstáculos (Wellman P., 1995), (Balaguer C., 2006). El primero de ellos, hace uso de un sistema de control de impedancias similar al mostrado en (Hogan, 1985) para controlar las patas y por otro lado, utiliza un esquema de optimización para distribuir la carga entre las ruedas y las patas. Este sistema puede superar obstáculos de hasta 30 cm de altura, pero presenta el inconveniente de la inclinación excesiva del chasis en el proceso de superación de los obstáculos y la incapacidad de subir escaleras completas. Este modelo se puede visualizar en la figura 1.12.

Por otro lado, el segundo de los modelos, está preparado para la asistencia de ancianos y gente con discapacidades en ambientes domésticos y entornos de oficina. Este prototipo híbrido está dotado de un manipulador robotizado simétrico de cinco grados de libertad. El proceso de superación de obstáculos se obtiene conectando el brazo robotizado a bases de conexión, situadas a lo largo del entorno. El control de los actuadores del manipulador se realiza mediante reguladores PID y tiene la propiedad de que incluye los sistemas de control y de comunicación dentro del manipulador.

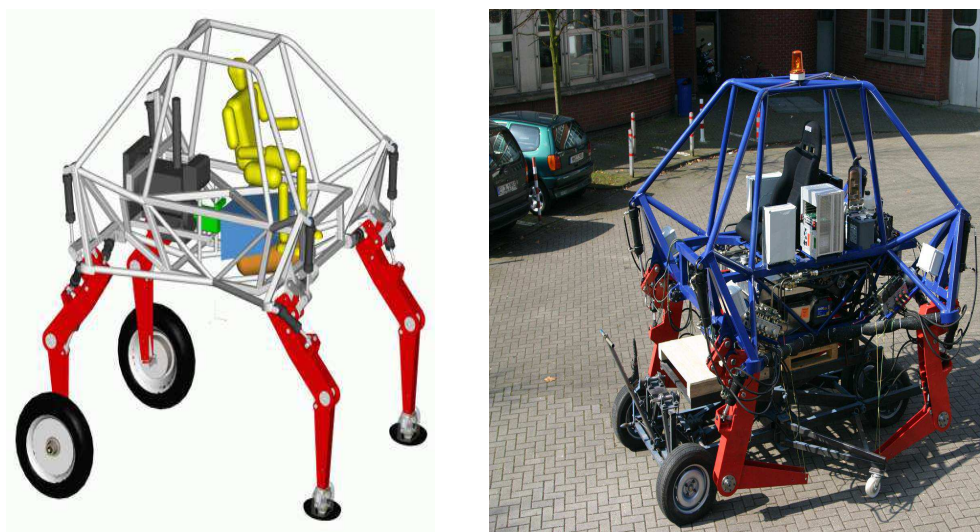


Figura 1.11: Prototipo híbrido *Alduro* desarrollado en Universitat Duisburg Essen. (a) Modelo en simulación; (b) Prototipo real.

### 1.2.6 Modelado y control de sistemas híbridos compuestos de patas con ruedas

Al igual que ocurría en el caso anterior, estos sistemas aprovechan las ventajas de los vehículos con ruedas y de los mecanismos compuestos por patas pero en este caso, las ruedas

son colocadas en los extremos de patas articuladas, de manera similar a un patinador humano.

Con este esquema se han construido diferentes modelos (Aarnio P., 2000), (Halme A., 2003), (Michaud, 2003), (Hirose S., 1996), (BenAmar F., 2000). La locomoción híbrida en estos mecanismos significa que hay una combinación de modos de locomoción mediante ruedas y mediante patas. En estos sistemas la fuerza de propulsión es generada de forma conjunta por las ruedas y por las articulaciones de las patas. Este medio de locomoción se denomina *rolking* (rolling-walking). Como los grados de libertad de las patas y las ruedas están controlados independientemente, estos sistemas tienen la habilidad de controlar su postura. Esta postura está definida usualmente como la posición y la orientación del cuerpo principal con respecto al suelo y los dos laterales de las bases de las ruedas (distancia entre cada par de ruedas y el eje sagital). Como contrapartida, el control de estos sistemas redundantemente actuados exhibe interacciones complejas con el entorno y es mucho más difícil que el de los robots móviles dotados solo con ruedas. Ejemplos de este tipo de mecanismos se pueden ver en la figura 1.13 y 1.14.

Otros modelos se han pensado para trabajar en terrenos fuertemente desestructurados (Grand C., 2004) aunque tienen como inconveniente una limitada capacidad para subir escaleras. El control de la postura de este sistema se lleva a cabo mediante un modelo de velocidad inverso que es fácil de implementar ya que necesita la información de pocos sensores.



Figura 1.12: Silla de ruedas con dos patas desarrollada en Pennsylvania University

### 1.3 Objetivos de la tesis

Como ya se comentó en la sección 1.1, el planteamiento de esta tesis doctoral se enmarca en el seno de dos proyectos CICYT. El primero de ellos, con referencia DPI2001-1308-CO2-02 cuyo principal objetivo era el diseño y construcción de un prototipo de silla de ruedas con movilidad mejorada. Por otro lado, el segundo de los proyectos con referencia DPI2001-1308-CO2-01 tenía como finalidad el control del prototipo anterior. Éste es precisamente el objetivo de esta tesis.

Este prototipo de silla de ruedas mejorada ha sido diseñado, construido y controlado en los laboratorios de Ingeniería Mecánica e Ingeniería de Sistemas y Automática, ambos pertenecientes a la E.T.S. de Ingenieros Industriales de Ciudad Real.

Los pasos seguidos para desarrollar con éxito el control de posición del prototipo anterior son el desarrollo de un modelo cinemático con una buena correspondencia con el sistema real y determinación de todas y cada una de las etapas en las que se puede encontrar el prototipo en las fases de ascenso y descenso de escaleras.



Figura 1.13: Robots de propulsión híbrida (a) *Hybtor* desarrollado en Helsinki University of Technology; (b) *Hylos* desarrollado en Laboratoire Robotique de Paris

Tomando como base el objetivo general anterior, pueden indicarse los objetivos parciales que serán desarrollados a lo largo de esta memoria. Estos encajan con precisión en la evolución temporal de los trabajos desarrollados en esta tesis, así como en la organización de esta memoria. Dichos objetivos se presentan a continuación:

- Desarrollo de un modelo cinemático para el mecanismo construido.
  - Obtención de un modelo cinemático de cada una de las fases en las que se puede encontrar el prototipo en la escalera.

- Obtención de un modelo para la calibración del prototipo teniendo en cuenta las diferentes fases en las que se puede encontrar el sistema.
- Estudio de la generación de trayectorias utilizada para obtener la mayor confortabilidad posible para el pasajero.
- Optimización de la trayectoria de subida manteniendo los requerimientos de confort para el pasajero.
- Desarrollo de un control básico de inclinación en cadena cerrada.
- Puesta a punto de la plataforma experimental
  - Dotar al robot del sistema sensorial apropiado.
  - Desarrollo del hardware y software necesario para controlarlo.
- Validación experimental del modelo obtenido.
  - Identificación de los actuadores del robot.
  - Realización en el computador de los algoritmos de control desarrollados.
  - Validación experimental de los resultados.

La aportación fundamental de esta tesis es la consecución de un modelo cinemático para un novedoso prototipo de silla de ruedas. La complejidad radica en el hecho de que aparecen diferentes configuraciones mecánicas durante el ascenso o el descenso de escaleras. Estos modelos son realmente necesarios para controlar los actuadores que gobiernan el movimiento de la silla de forma que su chasis sea capaz de realizar trayectorias arbitrarias. El seguimiento de trayectorias es muy importante si se quieren diseñar trayectorias espaciales suaves que mantengan el chasis de la silla de ruedas con una inclinación prácticamente nula con respecto a la dirección de la gravedad y que garanticen en todo momento el confort del pasajero, que normalmente es una persona con discapacidad motora.

## 1.4 Estructura de la memoria

La memoria de esta tesis se ha desarrollado en 9 capítulos:

- El *Capítulo 1* corresponde a esta introducción, en la que se ha pretendido dar una visión general de los diferentes tipos de mecanismos con capacidad de superación de obstáculos. Asimismo, se han descrito los objetivos de esta tesis.



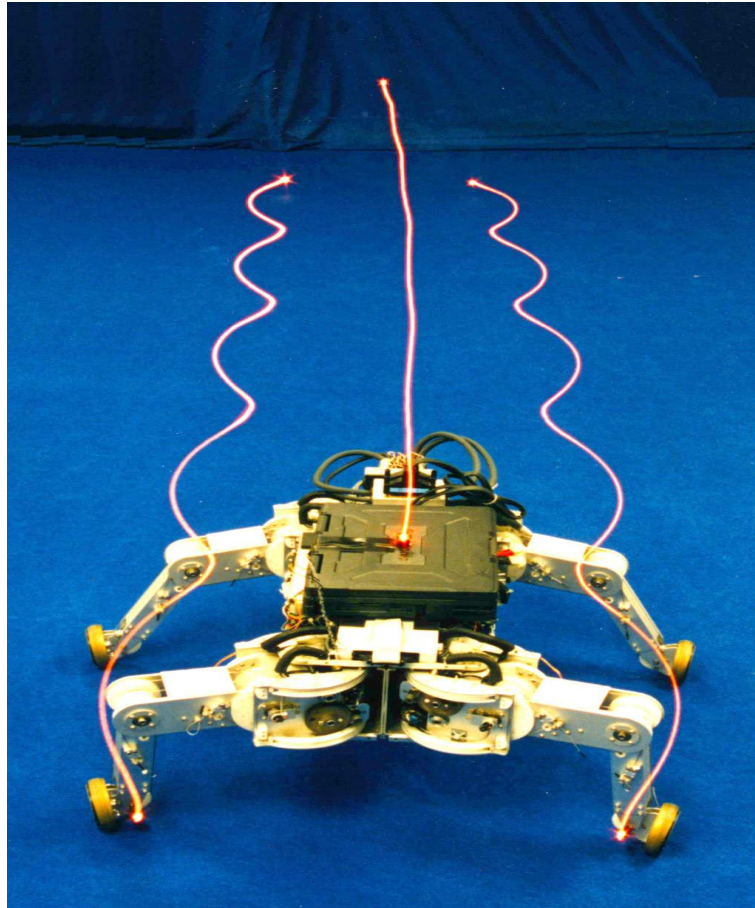


Figura 1.14: Robot *RollerWalker* desarrollado en Tokyo Institute of Technology. Se muestran las trayectorias de los extremos de las patas del robot.

- El *Capítulo 2* fija las especificaciones de las que se ha partido para el diseño y construcción del prototipo. En este capítulo se describen los mecanismos que resuelven de modo satisfactorio el problema propuesto. La principal característica del diseño mecánico obtenido es la división del problema en dos subproblemas: el del remonte de un escalón y el del aseguramiento de la estabilidad del sistema. El tratamiento de ambas cuestiones de forma separada ha permitido diseñar soluciones mecánicas independientes y adaptadas a sus requerimientos específicos.
- El *Capítulo 3* muestra el prototipo experimental en el que se han desarrollado las pruebas para la validación de los diferentes modelos propuestos. Se presenta una descripción del mecanismo real, sistema sensorial, de los actuadores utilizados, y de la arquitectura

de control.

- El *Capítulo 4* presenta la metodología para el desarrollo del modelo cinemático. Este modelo es el responsable de la determinación de las trayectorias de los actuadores encargados de mover los grados de libertad actuados de la silla de ruedas. Debido a las diferentes configuraciones que puede presentar el mecanismo y la diversidad de perfiles sobre los que se debe mover, el modelo cinemático debe tener en cuenta todos estos aspectos y representar el sistema en cada instante con suficiente precisión. Además, se presentan los resultados experimentales que validan el modelo.
- El *Capítulo 5* refleja la problemática concerniente al diseño de trayectorias. Las trayectorias deben diseñarse de acuerdo con unos márgenes de confortabilidad adecuados para el pasajero que transporta la silla de ruedas. Se demuestra en este capítulo, de forma teórica y experimental, que la elección de una adecuada estrategia puede influir en parámetros como pueden ser el número de actuadores sobre los que es necesario operar o la potencia consumida.
- El *Capítulo 6* se centra en la obtención del algoritmo de calibración, con el propósito de identificar la estructura cinemática interna del sistema de una forma lo más exacta posible, para obtener un posicionamiento preciso del sistema robotizado.
- El *Capítulo 7* presenta un esquema de optimización de trayectorias derivado del modelo cinemático obtenido en el capítulo 4. Dicho esquema estudia la forma de minimizar el tiempo invertido en proceso de subida y bajada de escaleras mediante la reducción de los tiempos muertos a los que se ve sometido el prototipo a lo largo del proceso.
- El *Capítulo 8* se centra en el control del mecanismo. Para ello se ha definido el comportamiento global del sistema mediante la suma total de los diferentes comportamientos que puede presentar la silla de ruedas y a la vez, se hace uso de un algoritmo de control de inclinación del chasis en modo deslizante para hacer frente a las condiciones de confort y seguridad que debe tener el paciente. Un análisis de la estabilidad del método propuesto justifica su utilización.
- Finalmente, en el *Capítulo 9* se exponen las conclusiones obtenidas y las aportaciones de esta tesis. También se proponen diferentes líneas de investigación para su desarrollo futuro.

## 1.5 Resumen

En este capítulo se han presentado una serie de prototipos diseñados con el objetivo de superar obstáculos. A partir de las características de los diferentes prototipos se puede deducir que un sistema que quiera dar servicio a personas con discapacidad motora, debe tener como principales características la confortabilidad y la seguridad del pasajero, ya que los usuarios de sillas de ruedas suelen pasar la mayor parte del tiempo sobre ellas. Los mecanismos provistos de ruedas son los que presentan mejores características en cuanto a confortabilidad.

Por otro lado, aunque los investigadores han desarrollado diferentes vehículos con ruedas con capacidad de superar terrenos con perfiles irregulares o difíciles de superar (escaleras), éstos presentan problemas como pueden ser la falta de estabilidad en determinados instantes del proceso de subida o bajada de escaleras o la poca adaptabilidad a escaleras con peldaños de diferentes alturas, que dificultan el uso extendido de este tipo de mecanismos.

Los modelos de locomoción híbrida rueda-pata se convierten en la opción más prometedora. Estos dispositivos aprovechan las cualidades de los dos tipos de sistemas, manteniendo la comodidad, autonomía y maniobrabilidad de la rueda en terreno liso y firme y las aptitudes de superación de obstáculos de los vehículos con patas.

El inconveniente de estos sistemas híbridos es consecuencia de su morfología mixta ya que poseen la complejidad mecánica y de control de los sistemas con patas puros. Para subsanar esta circunstancia en la medida de lo posible será necesario un adecuado planteamiento del problema de la superación de obstáculos que permita evaluar el número de grados de libertad realmente necesarios para no perder flexibilidad de uso.

Una vez realizada la descripción de los diferentes sistemas existentes y de sacar valiosas conclusiones, se han definido los objetivos necesarios para desarrollar con éxito el control de posición de nuestro prototipo y se ha presentado la estructura de la memoria.



## Capítulo 2

# Descripción del Sistema Mecánico

### 2.1 Objetivos

Una vez fijado el objetivo general de esta tesis, de diseño y desarrollo del sistema de control de un prototipo de sillas de ruedas para minusválidos que permita a estas personas ampliar su movilidad respecto a los modelos que existen en la actualidad, se pueden obtener de (González, 2006) las especificaciones mecánicas del prototipo que ha sido construido para el desarrollo de esta tesis, donde las más importantes se reproducen íntegramente aquí:

- Elevada capacidad de carga. Se debe diseñar para transportar pacientes de hasta 100 kg.
- Estructura ligera y con elevada rigidez. Se tratará de mejorar la relación Carga/Peso con respecto a los prototipos existentes en la actualidad.
- Elevada seguridad. Los mecanismos se deben diseñar para reforzar la estabilidad mecánica del sistema mientras la silla de ruedas se encuentra sobre la escalera.
- Facilidad de adaptación al entorno. Se debe maximizar el rango de escaleras que pueden ser sobrepasadas así como diferentes geometrías de obstáculos.
- Modularidad y facilidad de construcción. Este punto implica indirectamente una importante reducción en los costes de fabricación ya que ésta se puede adaptar a las necesidades de cada paciente.
- Diseño compacto. El mecanismo debe cumplir todas las reglamentaciones a las que se deben someter las sillas de ruedas estándar.

A. González (González, 2006) realizó el diseño mecánico del prototipo de silla de ruedas con capacidad para subir escaleras que se controla en esta tesis. A continuación se enumeran los pasos más importantes seguidos durante el diseño del prototipo utilizado a lo largo de esta tesis.

1. Estudio de los diferentes mecanismos que solventan el problema de subida de escaleras (realizado por A. González y R. Morales).
  - Se diseña la configuración geométrica apropiada.
  - Se elige la posición y disposición de los sensores y actuadores dentro del mecanismo.
2. Síntesis de los diferentes mecanismos implantados (realizado por A. González).
  - Longitudes apropiadas de los miembros del mecanismo.
  - Dimensionamiento y elección de material de las barras que se utilizan en el mecanismo según criterios de resistencia de materiales.
  - Se dimensionan las articulaciones del mecanismo con criterios de mínimo peso y presentar resistencia a los pares en el peor de los casos.
3. Elección de los actuadores y reductores de velocidad de las articulaciones (realizado por A. González y R. Morales).
  - La elección de los actuadores viene determinada por los pares que han de transmitir al mecanismo y por las rigurosas exigencias de compacidad.
  - La elección de los reductores de velocidad viene dada también por los pares que se han de transmitir al mecanismo, además de una rigidez torsional máxima y un juego u holgura mínimo.
  - Se prefieren actuadores y reductores comerciales a, por ejemplo, tener que tallar engranajes.
4. Elección de elementos mecánicos de unión y transmisión (realizado por A. González).

## 2.2 Planteamiento del problema.

Para lograr la flexibilidad de funcionamiento del sistema se ha utilizado una división del problema de subida o bajada de escaleras en otros dos subproblemas: Por un lado, la afrontación del problema de superación de escalones aislados y por otro, el aseguramiento de

la estabilidad y horizontalidad del sistema sobre la escalera (Morales R., 2003). Con esta solución se ha logrado una reducción de la complejidad del problema total. Además el tratamiento de ambos problemas de forma separada ha permitido diseñar soluciones mecánicas independientes y adaptadas a sus requerimientos específicos.

Como resultado del tratamiento del problema como dos subproblemas independientes, cada uno de ellos resuelto mediante un dispositivo mecánico distinto, se ha obtenido un sistema con unas magníficas prestaciones, entre las que destacan su elevada capacidad de carga y su capacidad para hacer frente con éxito a obstáculos de diversas geometrías.

La solución propuesta considera que la superación de barreras arquitectónicas, en su gran variedad de morfologías, requiere la resolución de dos cuestiones independientes:

- *Subproblema de Remonte.* Aborda la superación de un peldaño de altura indeterminada pero acotada. El mecanismo se diseña para la superación de un obstáculo aislado. Después de superado, el mecanismo vuelve a su configuración inicial, no a un estado intermedio entre obstáculos.
- *Subproblema de Posicionamiento.* Aborda el mantenimiento de horizontalidad y estabilidad de un vehículo en entornos donde la diferencia de cotas de altura de los ejes es del orden de su batalla.

Gracias a la simplificación producida por la división del problema se han generado dispositivos independientes para cada cuestión optimizados para resolver sus respectivos requerimientos.

En la figura 2.1 se adelanta el esquema cinemático de ambas soluciones. El marcado como (1) respondería a la solución del problema de remonte y el (2) se encargaría de resolver el problema de posicionamiento. Estos mecanismos serán posteriormente acoplados para configurar el conjunto definitivo.

Es importante resaltar que la división de tareas se ha efectuado de forma modular. Si el objetivo es diseñar una silla capaz de superar un escalón aislado, el mecanismo (1) representa una solución válida sin necesidad de añadir el (2). Y también a la inversa, si el objetivo fuese la construcción de un vehículo para transitar en terrenos con desniveles del orden de la batalla donde no hubiese problemas de discontinuidades en el terreno, únicamente sería necesario implementar el mecanismo marcado como (2).

Además, los mecanismos de remonte y posicionamiento, se han diseñado de forma que puedan trabajar independientemente el uno del otro (Erdman, 1998), (Slocum, 1992), simplificando el proceso de sincronización. No sólo debe evitarse la interferencia entre los dos tipos de mecanismos, sino que también los diferentes mecanismos de remonte utilizados (uno para

cada apoyo) deben actuar de manera autónoma. Todo el proceso descrito a lo largo de este capítulo necesita ser sincronizado para mantener la verticalidad de la silla de ruedas y para generar una trayectoria apropiada para el eje central de la silla de ruedas. Esta sincronización es una parte de la estrategia de control, la cuál será desarrollada en los siguientes capítulos.

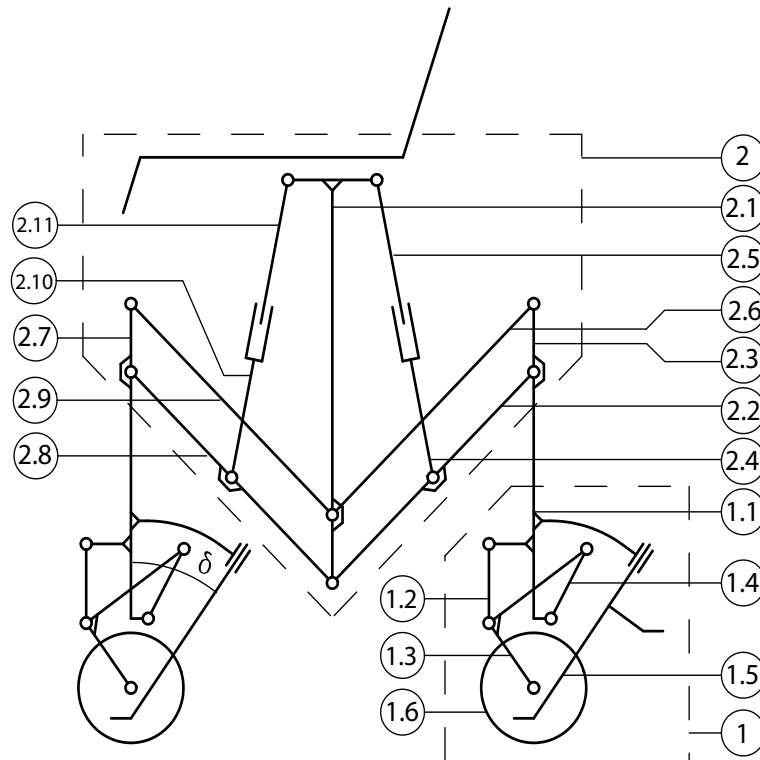


Figura 2.1: Esquema cinemático del sistema completo. Subsistemas de remonte (1) y posicionamiento (2).

Por otro lado, antes de introducirnos en la descripción detallada de los mecanismos, se debe resaltar que el problema objetivo que se está resolviendo es el de la superación de obstáculos cuyo perfil es igual para las ruedas de ambos lados de la silla. Esta restricción implica que los dispositivos mecánicos que se han diseñado serán mecanismos planos. Las escaleras de caracol, por tanto, quedarían excluidas. Aunque éstas representan un pequeño tanto por ciento de aquellas a las que el usuario de sillas de ruedas necesita hacer frente, futuras revisiones del prototipo abordarán esta cuestión con la misma estrategia utilizada para las escaleras rectas.

### 2.2.1 Problema de Remonte

Se denominará como *mecanismo de remonte* al sistema que posibilitará a cada uno de los puntos de apoyo del vehículo superar los obstáculos de forma independiente. Por consiguiente se han implementado tantos mecanismos de remonte como apoyos tenga el vehículo (cuatro en el presente prototipo). Se denominará *barra chasis* al eslabón que lo une al resto del sistema. En la figura 2.1 aparece la barra chasis del tren 2 etiquetada como 1.1. En el análisis cinemático del mecanismo de remonte se considerará que la barra chasis tiene impedido el giro respecto de la barra fija (la tierra o eje central). En realidad no existe ningún par cinemático que lo impida sino que, producto de la división del problema efectuado, deberá ser el mecanismo de posicionamiento quien proporcione ese alineamiento con la dirección de la gravedad.

Como se ha comentado anteriormente, el mecanismo actual resuelve el problema de escaleras rectas, lo que lleva a que todos los mecanismos tendrán movimiento plano. Debido a esto, aunque son cuatro los apoyos del sistema, el movimiento plano de las parejas de ruedas delanteras y traseras hace que estos pares de mecanismos se estudien como uno solo. De este modo, a partir de ahora, se hablará únicamente de dos mecanismos de remonte, el número 1 y el número 2, cada uno de ellos con dos ruedas siempre paralelas y con la misma proyección de su centro en el plano del movimiento.

El mecanismo propuesto para salvar los obstáculos consiste básicamente en un apoyo unido a la barra chasis mediante un par prismático con la que forma un ángulo fijo  $\delta$ , tal y como se puede ver en la figura 2.1. Cuando se pretende superar un obstáculo, este apoyo se despliega permitiendo que el sistema avance. El camino así obtenido será rectilíneo y de pendiente  $\pi/2 - \delta$  respecto del suelo (recuérdese que el mecanismo de remonte permanece alineado con la gravedad gracias al mecanismo de posicionamiento). En la figura 2.2 se muestra en línea de trazos gruesos el camino que se obtiene en el remonte de un escalón con el apoyo deslizante.

Cuando el sistema progresa por el camino aparece la cuestión de la interferencia de la rueda con la esquina del escalón. El problema se resuelve mediante la adición de un nuevo grado de libertad en virtud del cuál la rueda tiene la posibilidad de retraerse, salvar la esquina del peldaño, y volver a su posición original. Para dotar a la rueda de este nuevo grado de libertad se elige un mecanismo de cuatro barras debido a la flexibilidad que ofrece en la generación de trayectorias. Este grado de libertad se debe poder anular cuando no haya negociación entre el escalón y la rueda y se desee que la rueda funcione en modo rodadura, con lo que se recurrirá a un pestillo actuado que se encargará de bloquear o desbloquear el mecanismo de cuatro barras en virtud de la situación en la que se encuentre el prototipo. La

figura 2.3 ilustra todos los detalles necesarios para solventar el problema de remonte.

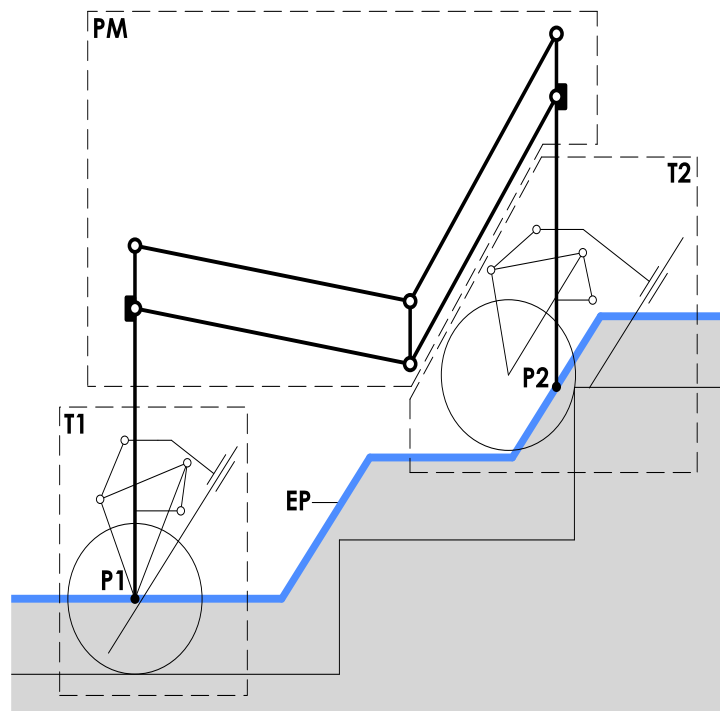


Figura 2.2: Esquema Mecanismo Posicionamiento (PM). Con los trenes 1 y 2 (T1 y T2) sustituidos por sus barras chasis apoyadas sobre el camino equivalente (EP)

Seguidamente, y una vez explicado el mecanismo que permite realizar el remonte, se mostrará el comportamiento de dicho sistema al afrontar la subida y bajada de un escalón. La figura 2.4 muestra la etapa de remonte del escalón. En este caso, el sistema se acerca en modo de rodadura hasta que la contrahuella del escalón se encuentra suficientemente cerca. En esta situación da comienzo el despliegue de la cremallera hasta que contacta con la huella del escalón, instante en el cual el peso que recaía sobre las ruedas se transfiere al suelo a través del apoyo, desbloqueándose a continuación el mecanismo de cuatro barras, lo que permite el movimiento libre de la rueda. Mientras tanto, el proceso de despliegue no se ha detenido, lo que provoca que el chasis de la silla progrese hacia arriba en la dirección del par prismático del apoyo deslizante. La rueda, que sin el mecanismo de cuatro barras interferiría con el escalón, se desplaza hacia atrás para salvarlo. Una vez superado, la rueda vuelve a su posición de partida impulsada por el muelle recuperador. Este hecho genera una señal de control que detendrá el despliegue de la cremallera. En este instante se vuelve a bloquear el mecanismo

de cuatro barras con el pestillo electromagnético para que el peso vuelva a recaer de nuevo sobre las ruedas. Finalmente, se produce el movimiento de recogida de la cremallera hasta su posición inicial y el mecanismo queda preparado para afrontar el siguiente obstáculo.

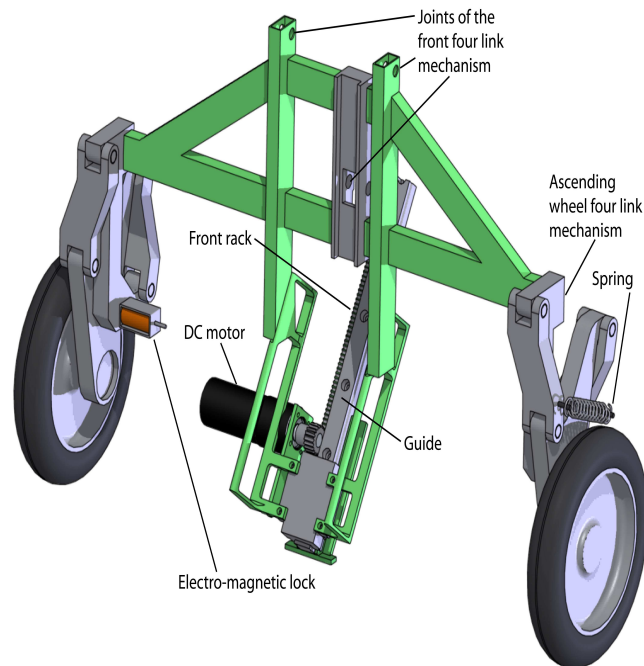


Figura 2.3: Esquema detallado del sistema de remonte de escalones

Por otro lado, en la figura 2.5 se puede observar que el proceso de bajada es esencialmente igual al de subida pero con la secuencia de acontecimientos invertida. En un primer momento el mecanismo se acerca lentamente al bordillo del escalón en modo de rodadura. Cuando está suficientemente cerca del borde se inicia el despliegue de la cremallera hasta que la rueda pierde contacto con el suelo. En este instante se desbloquea el mecanismo de cuatro barras y se produce la transferencia del peso de la rueda al suelo a través del apoyo. Durante el descenso por la cremallera, la barra chasis empieza a descender mientras la rueda sale hacia afuera de manera pasiva. Cuando la rueda ha vuelto a la posición normal de rodadura se produce una señal de control que bloquea de nuevo el mecanismo de cuatro barras mediante el enclavamiento del pestillo, preparando a las ruedas para que vuelvan a soportar el peso. Por último, se produce la recogida de la cremallera hasta la posición de partida y el sistema queda preparado para afrontar el siguiente obstáculo.

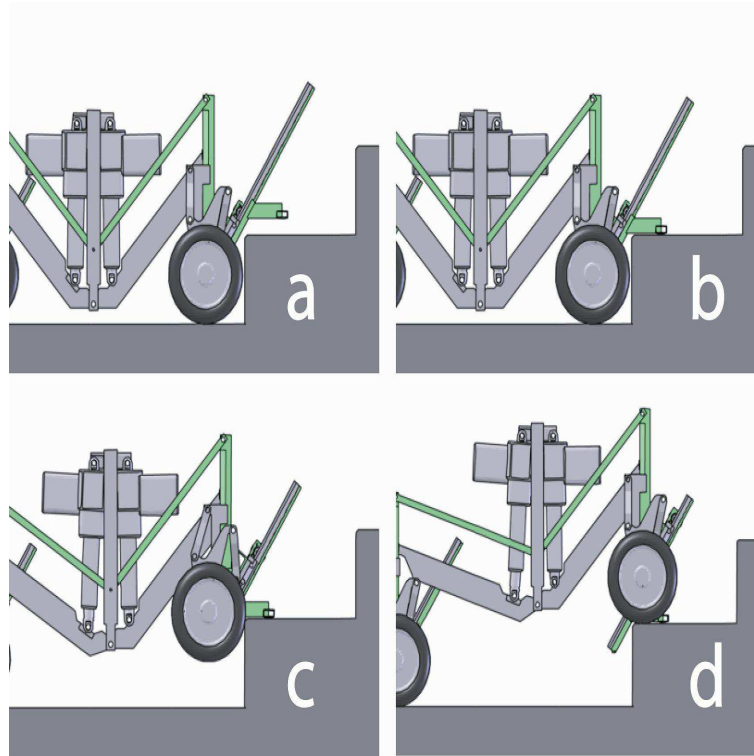


Figura 2.4: Secuencia de subida de un escalón

### 2.2.2 Problema de Posicionamiento

Se denominará *mecanismo de posicionamiento* (PM) al dispositivo encargado de establecer la situación de cada uno de los apoyos. Se denominará como tren número 1 (T1) a la parte del sistema que albergará el mecanismo de remonte que primero encuentra la escalera en un proceso de bajada, siendo el otro el número 2 (T2). Esos mismos números caracterizarán los elementos como pertenecientes a un tren u otro.

Según la división del problema propuesto, el mecanismo de posicionamiento se encarga de asegurar la estabilidad y horizontalidad del sistema sobre la escalera pero sin tener en cuenta cómo se solventa la superación de escalones, cometido del que se encarga el sistema de remonte. De este modo, en todo el proceso de diseño y análisis cinemático del mecanismo de posición, se ha prescindido de todo el mecanismo de remonte salvo las barras chasis, únicos elementos comunes a ambos dispositivos. En la figura 2.2 se puede ver el planteamiento que se ha hecho para resolver este subproblema.

El esquema utilizado para el mecanismo de posicionamiento es un esquema de cinemática paralela. Este esquema es especialmente apropiado debido a su elevada capacidad de carga.



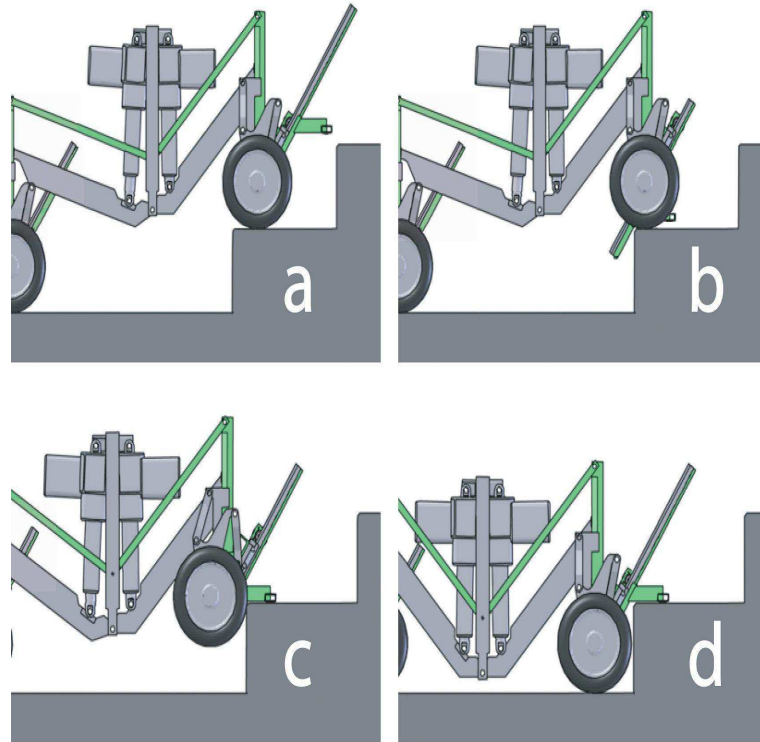


Figura 2.5: Secuencia de bajada de un escalón

Una adecuada elección de los parámetros geométricos comporta un nuevo beneficio para el sistema, al garantizar el movimiento paralelo del chasis central respecto de los subchasis 1 y 2. En nuestro sistema se ha considerado a los dos trenes de ruedas y a la parte del sistema que alberga la silla como plataformas interconectadas mediante paralelogramos. Con ello, si se mantiene la dirección de la banqueta paralela a la de la gravedad, se habrá satisfecho la necesidad de verticalidad de las barras chasis de los mecanismos de remonte.

El mecanismo de posicionamiento posee una plataforma central que alberga la carga del sistema (el usuario y las baterías). A ambos lados, y conectadas mediante mecanismos de cuatro barras, se disponen otras dos plataformas que albergan los trenes 1 y 2 (tal y como puede apreciarse en la figura 2.1). Los mecanismos de cuatro barras tienen las barras iguales dos a dos para impedir el giro relativo entre plataformas. Los paralelogramos de conexión con las plataformas laterales comparten la localización de las uniones con la plataforma central. El esquema cinemático de este mecanismo puede adoptar geometrías muy diferentes en respuesta a distintas exigencias de diseño.

Seguidamente, y para terminar la descripción de los sistemas, en la figura 2.6 se muestra

por un lado un esquema del prototipo construido y por otro, la zona de trabajo del mecanismo, donde aparecen las dimensiones más relevantes del esquema cinemático resultante.

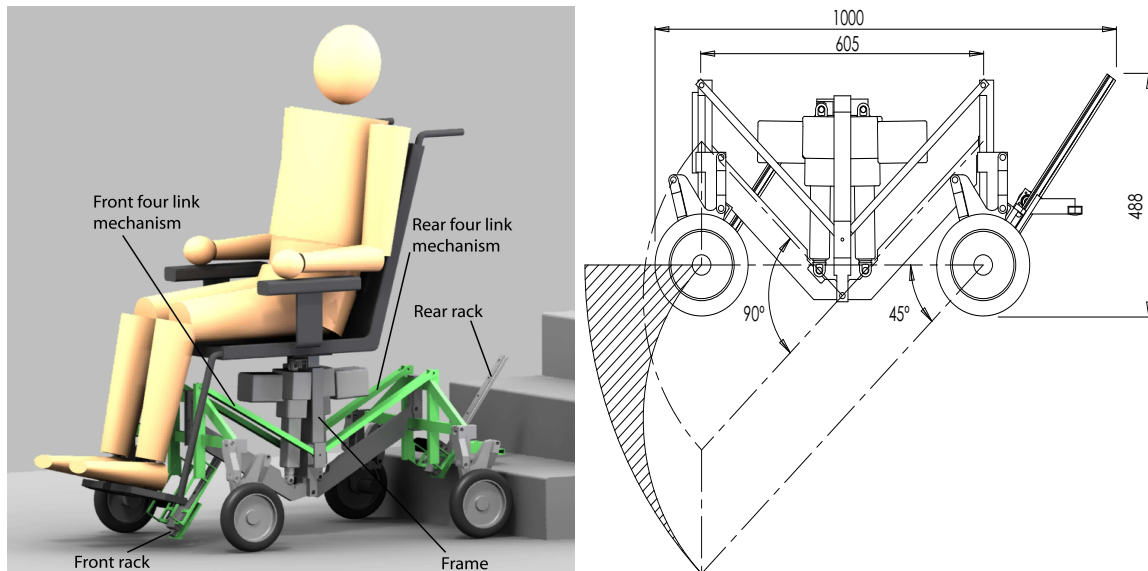


Figura 2.6: (a) Esquema de construcción de la silla de ruedas; (b) Zona de trabajo de la silla de ruedas

Finalmente se comenta que, con la geometría adoptada, se puede demostrar que el sistema se adapta perfectamente a la mayor parte del intervalo de huellas de la norma de construcción (DIN18065, 2001).

## 2.3 Etapas de movimiento del sistema dentro de la escalera

Cuando se requiere del sistema la subida o bajada de una escalera, el mecanismo de posicionamiento pasa por diferentes fases en las que el movimiento puede ser descompuesto. Dichas fases se relatan a continuación:

1. Posicionamiento de la silla de ruedas con respecto a la escalera (etapa previa al proceso de subida). Alineamiento entre el tren T2 y la contrahuella del primer escalón que debe afrontar. Esto implica:
  - Rotación de la silla de ruedas  $180^\circ$  para subir la escalera hacia atrás (alineado del tren T2).
  - Posicionado de la silla de ruedas a una distancia específica de la contrahuella del primer escalón a afrontar.

- Alineamiento entre las ruedas del tren T2 y la contrahuella del primer escalón.
2. Subida del escalón por parte del tren T2 mediante su mecanismo de remonte mientras que el tren T1 permanece apoyado sobre el suelo en modo rodadura (primeros escalones de la escalera). Esto implica:
- Despliegue del mecanismo de remonte del tren T2.
  - Superación del primer escalón por parte del tren T2 mientras que el tren T1 permanece en modo rodadura.
  - Negociación entre el mecanismo de remonte y el escalón hasta que se supera dicho obstáculo.
  - Movimiento de la silla de ruedas en modo rodadura por parte de los dos trenes hasta que el tren T2 se sitúe a una distancia específica del segundo escalón. (Similar a la segunda etapa de la fase 1).

Este proceso se repite hasta que el tren T1 se prepara para subir también el primer escalón de la escalera.

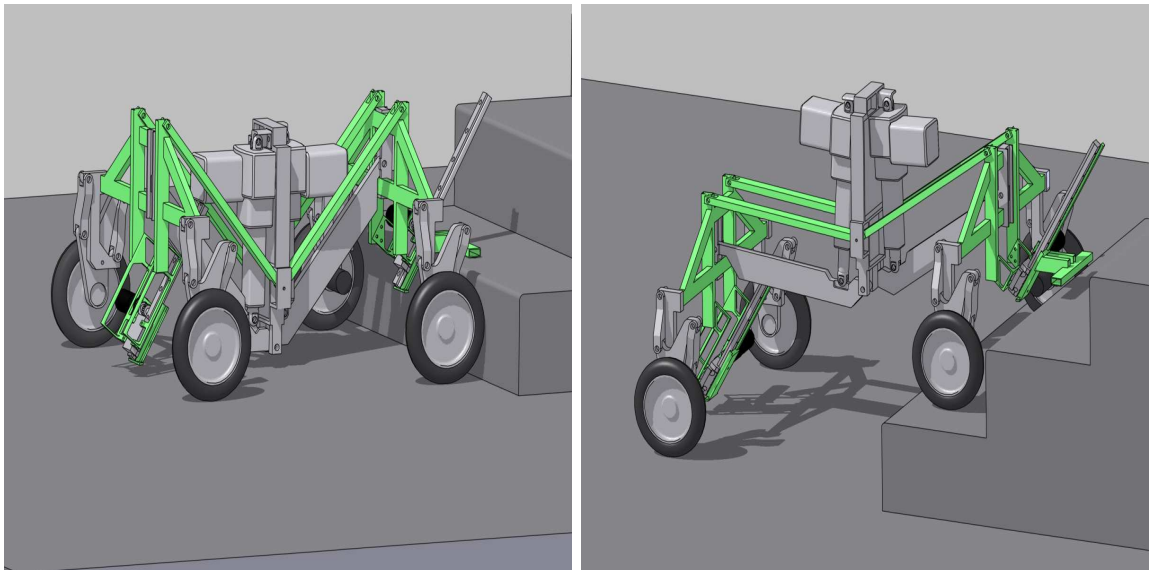


Figura 2.7: (a) Fase 01: Mecanismo en su posición previa a inicio de subida de escalera; (b) Fase 02: Tren T2 esta en la escalera mientras que el tren T1 permanece en rodadura

3. Ascenso simultáneo por parte de los trenes T1 y T2. Esto implica:
- Sincronización entre de los mecanismos de remonte de ambos trenes.

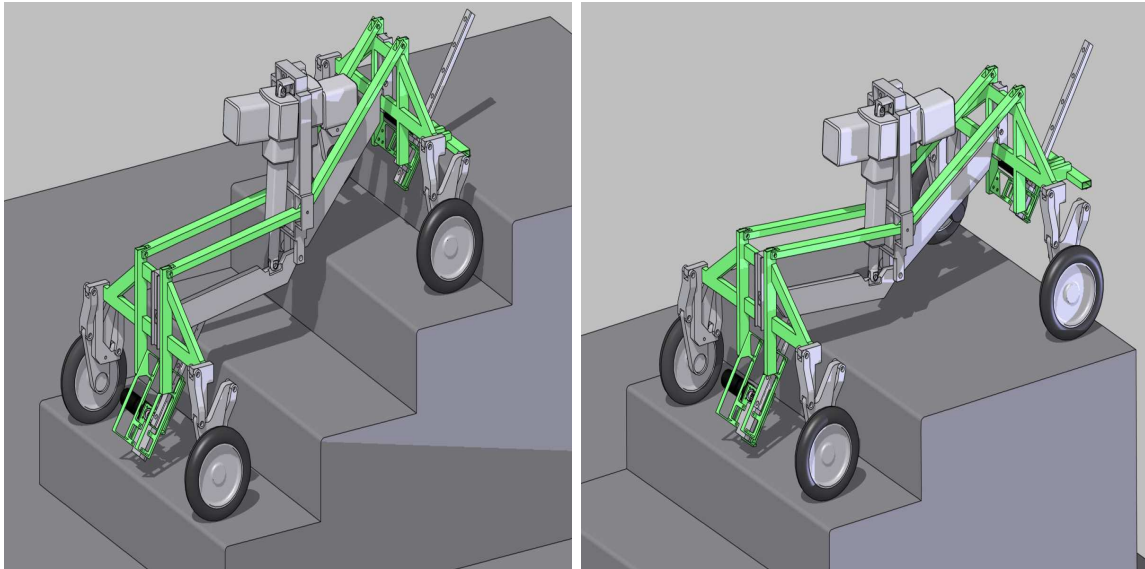


Figura 2.8: (a) Fase 03: Los dos trenes T1 y T2 en escalera; (b) Fase 04: Tren T1 esta en la escalera mientras que el tren T2 permanece en rodadura

- Negociación por parte de los mecanismos de remonte de ambos trenes hasta que superen los obstáculos a los que se han enfrentado.
- Funcionamiento del sistema en modo rodadura una vez que los dos trenes han superado sus obstáculos.
- Movimiento de la silla de ruedas hasta que cualquiera de los trenes se encuentre a la distancia específica para iniciar de nuevo el proceso de subida.

Este proceso se repetirá hasta que el tren T2 alcance la planta superior.

4. Subida del mecanismo de remonte T1 mientras el tren T2 se encuentra apoyado en la planta superior operando en modo rodadura (últimos escalones de la escalera). Esta fase implica:

- Despliegue del mecanismo de remonte del tren T1.
- Ascenso de la silla de ruedas mediante el mecanismo de remonte T1 mientras que el tren T2 avanza en modo rodadura por el suelo.
- Negociación entre mecanismo remonte T1 y el escalón correspondiente hasta que éste haya sido superado.
- Movimiento de la silla de ruedas hasta que el tren T1 se sitúe a una distancia suficientemente cercana del siguiente escalón a ser superado.

Este proceso se repetirá hasta que el tren T1 alcance el piso superior.

## 2.4 Resumen

En este capítulo se ha mostrado un novedoso diseño mecánico para una silla de ruedas con capacidad para superar una amplia gama de obstáculos entre los que se encuentran las escaleras. La clave principal del diseño radica en la división del problema general en dos subproblemas, el remonte de un escalón y el posicionamiento del conjunto sobre una escalera. Estos subproblemas se han resuelto mediante soluciones mecánicas diferenciadas para cada uno de ellos y su posterior acoplamiento en el conjunto.

Las ventajas de haber dividido el problema total son evidentes: los subproblemas son más fácilmente resolubles, se han mejorado las prestaciones con respecto a los modelos que se encuentran en el mercado y se ha simplificado el control del sistema total.

Como propiedades de este innovador sistema, cabe destacar la facilidad de adaptación al entorno ya que puede superar escalones de muy diversa morfología y adaptarse a terrenos con diferentes perfiles. Además, el esquema cinemático de dos grados de libertad dota al sistema de una elevada capacidad de carga y una elevada rigidez con un coste muy contenido.

Las propiedades expuestas anteriormente hacen que nuestro sistema no encuentre problemas a la hora de superar la inmensa mayoría de los problemas de accesibilidad que plantean las ciudades actuales.



## Capítulo 3

# Prototipo Experimental

Los desarrollos teóricos llevados a cabo en el capítulo 2 han sido puestos en práctica en un prototipo experimental robotizado, cuyas características más relevantes se exponen en este capítulo.

No se pretende dar una descripción completa y profunda de los elementos que componen la plataforma experimental, sino presentar una visión global del conjunto, tanto del prototipo mecánico como de los accionadores, del sistema sensorial, de los componentes electrónicos y de la arquitectura del sistema de control. Para un estudio más profundo de las características técnicas de todos los componentes comerciales se puede consultar la documentación facilitada por los fabricantes (DELL, 2002), (NATIONAL, 2003) (MAXON, 2002), (SKF, 2002), (SEIKA, 2002), (SRF08, 2002), (MD22, 2003), (FSG, 2003), (KUHNKE, 2003), (NATIONAL, 2004).

### 3.1 Mecanismo

El modelo mecánico propuesto para la fabricación del prototipo objeto de esta tesis ha sido descrito en los capítulos anteriores. A partir del modelo mecánico, se ha construido un modelo real que reproduce con una muy buena aproximación el comportamiento ideal, es decir, se ha producido un desacoplo completo de la mecánica del prototipo al tratar los problemas del remonte del escalón y de estabilización de la silla de forma independiente diseñando soluciones mecánicas independientes para cada uno de ellos. Con esta filosofía de diseño se ha conseguido un prototipo que mejora algunos puntos débiles encontrados en modelos precedentes, entre los que se pueden citar: falta de flexibilidad de uso, limitada capacidad de carga, excesivo peso y elevado coste. Una información más detallada de este diseño puede obtenerse de (González, 2006).





Figura 3.1: Vista general del prototipo desarrollado



La figura 3.1 muestra una imagen global del prototipo construido, donde pueden observarse los elementos de los que consta el mecanismo real, y el ensamblaje en el sistema final. Las partes en las que se podría estructurar la mecánica del prototipo son las siguientes:

- Mecanismo de remonte.
- Mecanismo de estabilización.
- Ensamblaje de sistema final.

### 3.1.1 Mecanismo de remonte

El mecanismo de remonte ha sido desarrollado por medio de un apoyo unido al chasis mediante un par prismático. Los materiales con los que se ha desarrollado el mecanismo son acero y duraluminio.

Con este mecanismo se ha dado respuesta únicamente a los requerimientos de superación de obstáculos. Por esta razón se ha conseguido fabricar un sistema con excelentes características las cuales se citan a continuación:

- El mecanismo se encuentra en todo momento en situaciones de equilibrio estable. Este aspecto es muy importante cuando un vehículo esta destinado al transporte de personas con algún tipo de discapacidad motora.
- Flexibilidad de funcionamiento ya que es capaz de superar escalones con geometrías muy diferentes.
- Elevada capacidad de carga con respecto a otros sistemas, ya que el sistema de remonte puede elevar sobre el obstáculo las baterías, la banqueta, su propio peso y el de un paciente con un peso no superior a 100 kg.
- Ligereza en comparación con algunos de los prototipos presentados en capítulos anteriores.
- Facilidad de mecanizado.
- Modularidad ya que los mecanismos han sido contruidos para poder ser montados y desmontados con facilidad.

La figura 3.2 muestra el diseño realizado para los mecanismos de remonte de los trenes denominados T1 y T2.

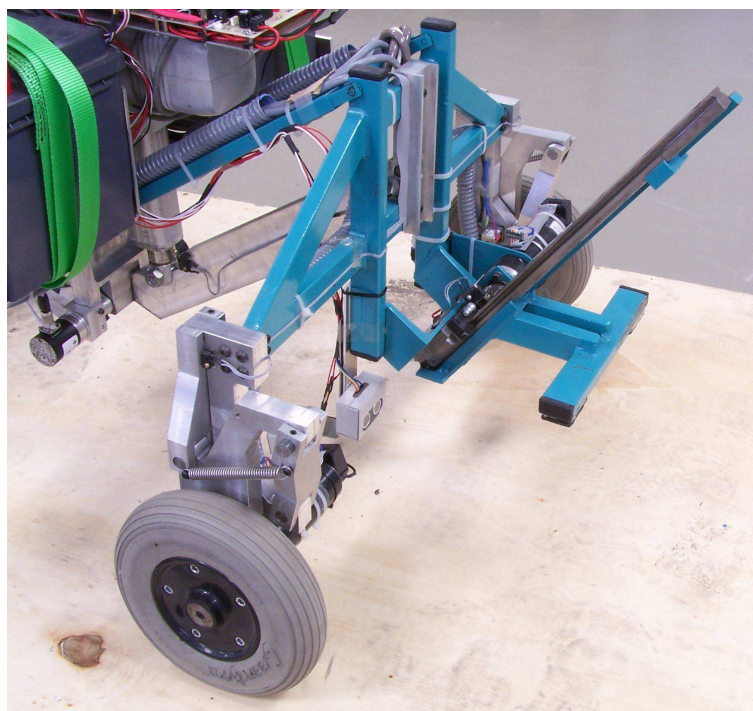
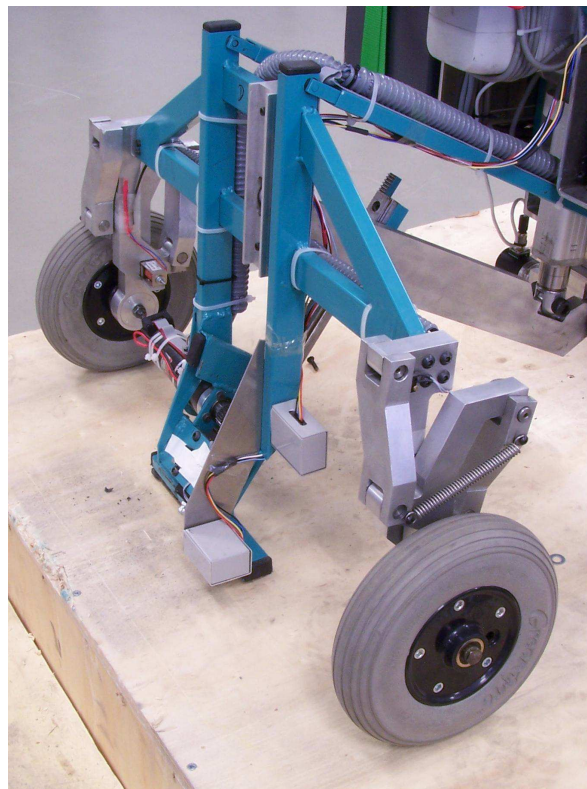


Figura 3.2: Detalle de los mecanismos de remonte: (a) Tren T1; (b) Tren T2

### 3.1.2 Mecanismo de posicionamiento

El mecanismo de posicionamiento ha sido desarrollado por medio de una configuración cinemática en cadena cerrada formada por tres plataformas: dos de ellas albergan los trenes T1 y T2, y la tercera transporta al usuario y las baterías. Los componentes con los que se ha desarrollado el mecanismo son acero y duraluminio.

Con este mecanismo se ha dado respuesta al problema de conferir al prototipo capacidad de estabilización cuando se encuentra sobre una escalera. Al separar el problema de estabilización del problema de remonte del escalón, se ha conseguido fabricar un sistema mecánico con excelentes características las cuales se citan a continuación:

- Elevada capacidad de adaptación a diferentes perfiles de escaleras, ya que es capaz de garantizar la estabilidad de la silla en la gran mayoría de las escaleras recogidas en las normas de edificación vigentes.
- Flexibilidad de funcionamiento ya que es capaz de generar infinitas trayectorias para la plataforma central, aunque esta tesis se centra en las que proporcionan mayor facilidad de control y superación de los escalones de forma más segura.
- Simplificación del control que dependerá de la trayectoria que se defina para la plataforma central.
- Rigidez y capacidad de carga que le proporciona el diseño con una configuración en cadena cerrada. El sistema es capaz de estabilizar una carga de 140 kg.
- Ligereza. Se ha conseguido un sistema con elevada rigidez sin necesidad de elevar el peso del prototipo ni hacer uso de materiales caros como titanio o magnesio.

La figura 3.3 muestra el diseño realizado para el mecanismo de posicionamiento.

### 3.1.3 Ensamblaje de sistema final.

El ensamblaje del sistema final hereda las características de sus constituyentes a las que añade, producto de la división efectuada, las siguientes ventajas adicionales:

- Abaratamiento de costes y reducción en los tiempos de ejecución del proyecto debido al desarrollo modular de los mecanismos.
- Mayor facilidad a la hora de la experimentación, ya que se podían hacer pruebas de cada subsistema por separado.

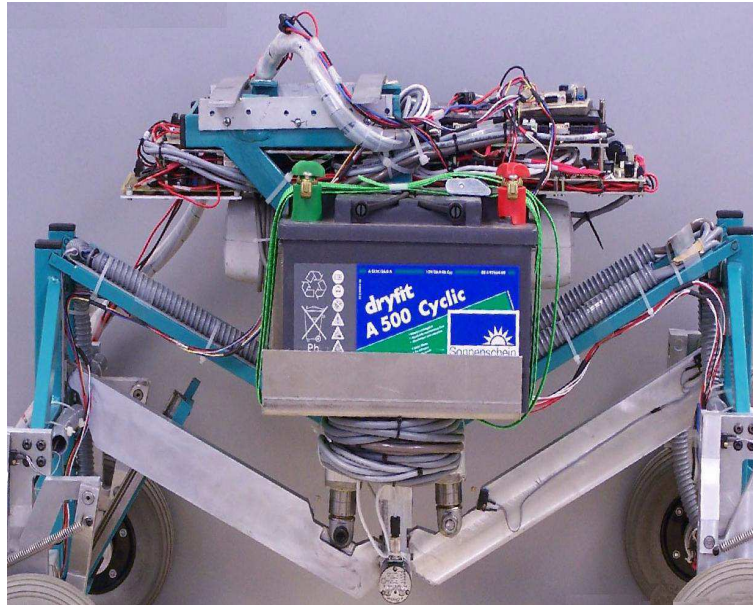


Figura 3.3: Detalle del mecanismo de posicionamiento

Para ilustrar las excelentes propiedades mecánicas del modelo resultante, se muestra a modo de comparativa, la tabla 3.1 en la que se han presentado para los diferentes prototipos existentes, su peso y la relación entre la carga que son capaces de transportar y su peso. Dicha tabla muestra que nuestro sistema es uno de los más ligeros y supera con una gran ventaja al resto en la carga que puede transportar en relación a su peso.

## 3.2 Actuadores y sensores

Cualquier sistema físico que se desee controlar debe contener elementos actuadores que permitan modificar el estado del mismo a partir de las señales producidas por los reguladores. Este sistema también debe contener elementos sensores que permitan medir las magnitudes necesarias para poder generar las señales que serán enviadas a los actuadores. En este apartado se describe de manera muy breve tanto los accionamientos como el sistema sensorial del prototipo experimental.

### 3.2.1 Actuadores

Los actuadores tienen como misión generar el movimiento de los elementos del robot según las órdenes dadas por la unidad de control. En nuestro caso, las señales de mando son

Peso y Relación Carga/Peso de diferentes modelos existentes			
Modelo Vehículo	Sistema de locomoción	Peso (kg)	Carga/Peso
Prototipo Presentado	Híbrida	50,4	2,38
Robot Oruga XEVIUS	Oruga Simple	65	0,92
Prototipo IBOT 3000	Cluster de Ruedas	131	0,86
Prototipo de M.J. Lawn	Cluster de Ruedas	160	0,50
Robot HYBTOR	Híbrida	160	0,37
ALDURO	Híbrida	1500	0,32
Nagasaki StairClimber	Oruga Doble	250	0,32

Tabla 3.1: Peso y Relación Carga/Peso del prototipo para los diferentes modelos existentes.

tensiones con un fondo de escala determinado, y el movimiento que se ha de transmitir es lineal para los actuadores encargados de gobernar el mecanismo de posicionamiento y rotativo para los actuadores encargados de desplegar los mecanismos de remonte y de generar el movimiento de las ruedas motrices de la silla.

El elemento básico con el que se producirán los movimientos serán motores de corriente continua. Estos motores funcionan internamente como motores síncronos, por lo que las señales de mando forman un conjunto de corrientes que son generadas por un amplificador de potencia a partir de una tensión de consigna y de la posición actual del rotor que es medida por un sensor externo en el caso de los actuadores que gobiernan el mecanismo de posicionamiento o por un encoder en el caso de los actuadores que gobiernan los mecanismos de remonte y el movimiento de tracción.

Es de sobra conocido que los bajos pares así como las altas velocidades de rotación que produce un motor eléctrico convencional los hacen, en general, poco utilizables de forma directa en robótica. El elemento con el que se adapta tanto la velocidad como el par a valores adecuados para el accionamiento de los miembros de un prototipo robotizado es el reductor de velocidad, aunque existen algunos prototipos en los que el accionamiento es directo.

Puesto que la asociación Amplificador-Motor-Reductor forma un conjunto idóneo para producir movimiento a partir de una tensión, se tratarán a estos tres elementos como un único componente al que se denominará actuador. La unión entre estos tres elementos es tal que muchos fabricantes ofrecen este conjunto como un producto que se comercializa como un único componente.

En el anexo A se facilitan las características técnicas más relevantes de los conjuntos Amplificador-Motor-Reductor utilizados en el prototipo. En particular, las tablas A.5 y A.6 mostrarían las características de los actuadores correspondientes al mecanismo de posi-

cionamiento y las tablas A.4, A.7 y A.8 mostrarían las características de los actuadores correspondientes a los sistemas de remonte y al movimiento motriz. En la figura 3.4 se muestran el aspecto de uno de los actuadores lineales y de uno de los conjuntos motor reductora utilizados en el prototipo real.

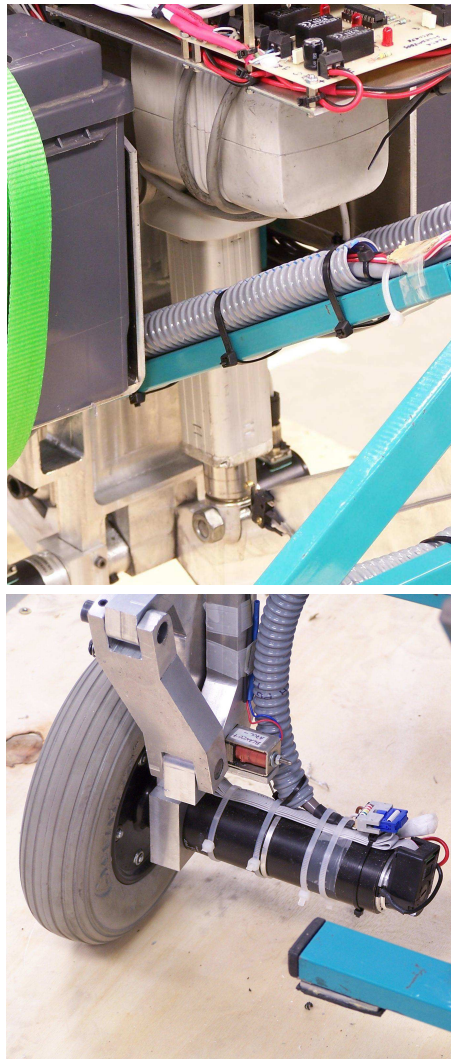


Figura 3.4: (a) Detalle de los actuadores lineales del mecanismo de posicionamiento; (b) Detalle de los actuadores encargados de los mecanismos de remonte y de tracción



### 3.2.2 Sensores

Para poder garantizar el funcionamiento del prototipo en cuanto al cumplimiento de las especificaciones (trayectorias confortables para el pasajero y mantenimiento de la inclinación en la dirección de la gravedad), se necesitará un sistema sensorial complejo para operar el prototipo, el cual puede dividirse en las siguientes partes:

- Cuatro encoders acoplados a los ejes de los motores de los mecanismos de remonte de ambos trenes y a las ruedas motrices. Con estos encoders se obtendrá la posición angular de las articulaciones del robot. La tabla A.9 muestra las características más importantes de estos dispositivos.
- Dos medidores de ángulo acoplados al mecanismo para medir el desplazamiento lineal de los actuadores que forman el mecanismo de posicionamiento (ver figura 3.5a). La tabla A.11 muestra las características más importantes de estos dispositivos.
- Un medidor de inclinación para obtener medidas de inclinación de la silla con respecto a la dirección de la gravedad y para detectar el instante en que se produce un cambio de configuración del mecanismo dentro de la escalera. En concreto, se detecta el momento en el que se produce la transferencia del peso del eje de las ruedas al correspondiente mecanismo de remonte. Dicho medidor se ha situado sobre el chasis central del prototipo (ver figura 3.5b). La tabla A.10 muestra las características más importantes de este dispositivo.
- Cuatro solenoides electromagnéticos (uno por rueda) que tienen la función de bloquear o desbloquear los mecanismos de remonte. La figura 3.5c) muestra un ejemplo de la disposición en el mecanismo de remonte de este tipo de sensores. La tabla A.13 muestra las características más importantes de estos dispositivos.
- Doce interruptores que actúan como finales de carrera en los límites de funcionamiento de las articulaciones. En particular, se han dispuesto dos en las posiciones de máximo y mínimo despliegue de cada uno de los actuadores lineales que gobiernan el mecanismo de posicionamiento, dos en las posiciones máxima y mínima de cada uno de los mecanismos de remonte y finalmente, cuatro ubicados en cada uno de los mecanismos de cuatro barras que unen las ruedas con la barra chasis (ver cap 2) con el objetivo de determinar el instante preciso en el que se supera totalmente el escalón. La figura 3.5d) muestra un ejemplo del tipo de interruptores utilizados y la disposición dentro del mecanismo de negociación de la rueda con el escalón.

- Cuatro sensores de ultrasonidos (dos por tren) para detectar los obstáculos y para obtener información del proceso de subida y bajada de escaleras. Dichos sensores se encuentran ubicados por parejas en cada uno de los trenes de forma paralela al suelo y a la contrahuella del escalón (ver figura 3.5e) y se les ha construido una caja envolvente con el fin de evitar vibraciones provenientes de la estructura del prototipo que puedan ocasionar datos erróneos de estos sensores. La tabla A.12 muestra las características más importantes de estos dispositivos.

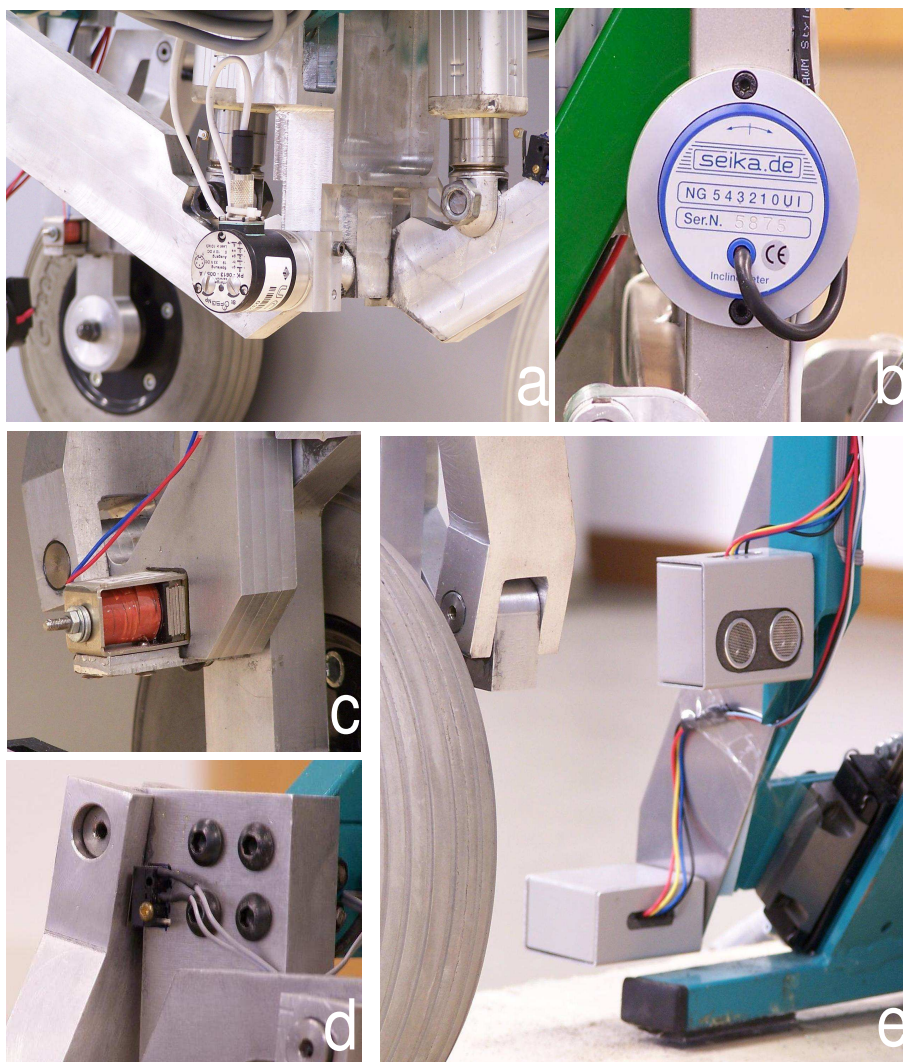


Figura 3.5: Detalle del sistema sensorial del prototipo: a) Medidor de ángulo, b) Inclinómetro, c) Solenoide electromagnético, d) Interruptores y e) Ultrasonidos



### 3.3 Arquitectura de control

La arquitectura de control para el prototipo experimental está constituida por una CPU a la que se ha dotado de las tarjetas necesarias de adquisición de datos y de comunicación con los actuadores. Como sistema operativo, se ha utilizado Windows 2000 y se ha desarrollado una interfaz software de interacción entre el usuario y el prototipo desarrollado con Labview 7.1. En los siguientes apartados se da una visión particularizada de todos los elementos hardware así como de los desarrollos software desarrollados.

#### 3.3.1 Arquitectura Hardware

Tal como se avanzaba en la sección anterior, la arquitectura hardware del sistema de control utiliza una CPU basado en bus PCI. La elección de este bus estuvo motivada por la gran consolidación de esta arquitectura y porque permitía construir el sistema hardware a partir de componentes disponibles en el mercado de contrastada calidad y probada eficiencia:

- Computador de control. El computador escogido, en torno al cual se ha construido el resto del sistema, ha sido un computador Dell Optiplex gx260. La tabla A.14 muestra las principales características de la tarjeta. Este computador se ha escogido para poder prototipar la primera versión de nuestro sistema robotizado, aunque en las siguientes versiones se instalará un computador embebido del tipo PC-104.

La adquisición de datos, envío de consignas analógicas y digitales y envío de cadenas de datos serie se realiza mediante una tarjeta National Instruments y mediante una tarjeta estándar de puertos serie.

- DAQ 6024E. Esta tarjeta recibe, a través de los preceptivos acondicionadores y amplificadores, las señales procedentes de los medidores de ángulo del mecanismo de posicionamiento, la medida del inclinómetro y de los interruptores tipo final de carrera y actúa a través de los diferentes circuitos de acondicionamiento sobre los actuadores lineales encargados del mecanismo de posicionamiento y sobre los solenoides electromagnéticos. La tabla A.16 muestra las principales características de la tarjeta. La comunicación entre esta tarjeta y el computador se realiza a través del bus PCI.
- Tarjeta 4066A 32 bit PCI bus Plug & Play 8S I/O. Esta tarjeta de puertos serie recibe los datos enviados por los diferentes controladores EPOS 24/5 de los motores que constituyen los mecanismos de remonte y de los motores encargados de la tracción del prototipo, además de las medidas de los diferentes sensores de ultrasonidos. También

se encarga de enviar las diferentes cadenas de datos necesarias para gobernar los motores citados. La tabla A.15 muestra las principales características de la tarjeta. La comunicación entre esta tarjeta y el computador se realiza a través del bus PCI.

En la figura 3.6 se ha esquematizado la arquitectura hardware utilizada.

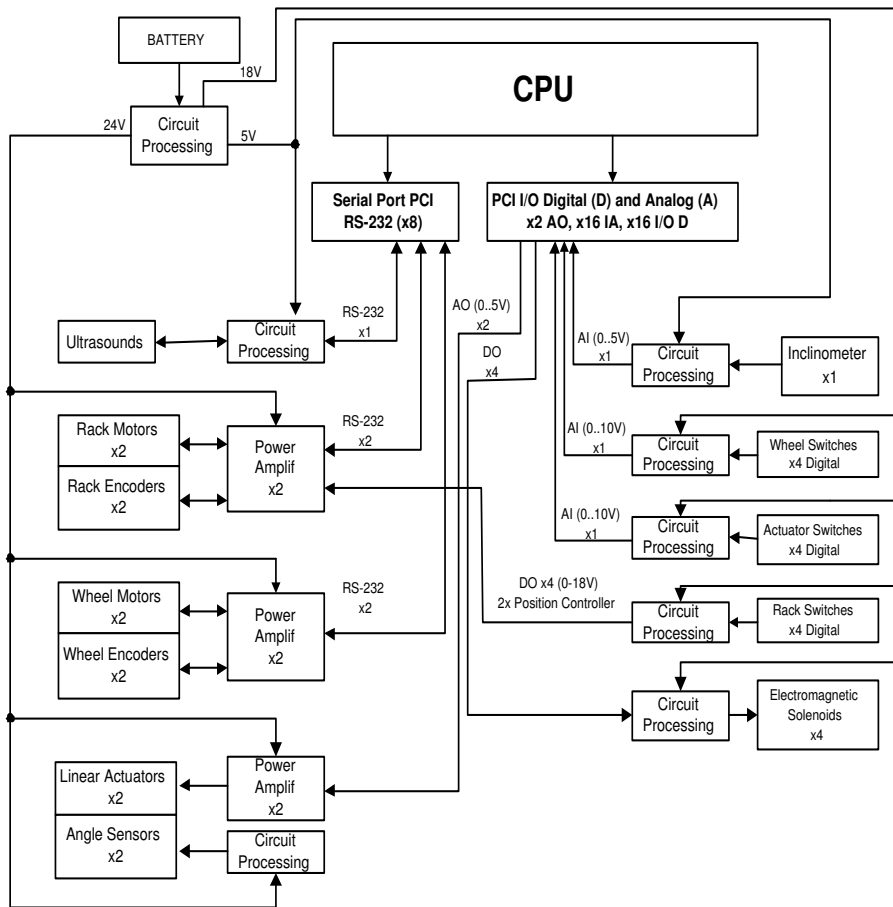


Figura 3.6: Esquema general de la arquitectura hardware utilizada

### 3.3.2 Arquitectura Software

La arquitectura software del sistema y los algoritmos de control se han desarrollado principalmente mediante Labview, usando adicionalmente otros lenguajes de programación como C y MPLAB para la construcción de alguno de los drivers de los módulos de comunicación.

Se ha utilizado Labview como software de control principalmente por las siguientes características:

- Reduce el tiempo de desarrollo de las aplicaciones al ser muy intuitivo y fácil de manejar.
- Dota de gran flexibilidad al sistema, permitiendo cambios y actualizaciones tanto del software como del hardware.
- Da al usuario la posibilidad de crear soluciones completas y complejas.
- Con un único sistema de desarrollo se integran las funciones de adquisición, análisis y presentación de datos.
- El sistema está dotado de un compilador gráfico para lograr la máxima velocidad de ejecución posible.
- Tiene la posibilidad de incorporar aplicaciones escritas en otros lenguajes.

Por otro lado, Labview posee extensas librerías de funciones y subrutinas. Además de las funciones básicas de todo lenguaje de programación, Labview incluye librerías específicas para la adquisición de datos, control de instrumentación VXI, GPIB y comunicación serie, análisis, presentación y registro de datos. Labview también proporciona potentes herramientas que facilitan la depuración de los programas.

### 3.3.3 Período de Muestreo

Teniendo en cuenta tanto la dinámica del sistema como las prestaciones computacionales de cálculo del computador utilizado, se ha seleccionado un periodo de muestreo basado en las siguientes consideraciones:

- Dinámica de los actuadores es despreciable frente a la dinámica del sistema en conjunto.
- Dinámica del sistema total debe ser suficientemente lenta frente al periodo de muestreo.
- Las aceleraciones de movimiento del conjunto deben ser muy pequeñas para garantizar el confort del pasajero.
- Tiempos de lectura de los encoders.
- Tiempos de conversión A/D y D/A de las tarjetas utilizadas.
- Tiempo empleado en enviar y recibir datos mediante comunicación serie.
- Tiempo de realización de medida de los sensores de ultrasonidos.

Habiendo tenido en cuenta las consideraciones anteriores se ha optado por un tiempo de muestreo de  $T = 100ms$ .

### 3.4 Resumen

Se ha presentado un prototipo de silla de ruedas robotizado con excelentes propiedades mecánicas, fruto de la división del problema de subida en dos subproblemas: posicionamiento y remonte. Dicha división, ha provocado que el ensamblaje del sistema final agrupe todas las ventajas que tiene cada uno de los dispositivos mecanismos por separado, dotando al sistema global de propiedades como son flexibilidad de funcionamiento, elevada capacidad de carga, modularidad o abaratamiento y reducción de los costes de fabricación.

Se han presentado todo el sistema sensorial necesario para poder gobernar la silla de ruedas y para poder medir las magnitudes necesarias para generar las señales de control que serán enviadas al sistema. Se indica que para gobernar los movimientos de la silla de ruedas se ha hecho uso de conjuntos Amplificador-Motor-Reductor para producir movimientos a partir de una tensión. Se ha utilizado un sistema sensorial bastante amplio debido a la complejidad del prototipo a controlar. Dicho sistema, estará formado por sensores de ultrasonidos, sensores de inclinación, encoders, medidores de ángulo, interruptores de final de carrera y solenoides electromagnéticos.

Finalmente, como arquitectura de control se ha hecho uso de un sistema hardware compuesto por una CPU, y varias tarjetas de entrada/salida. Como arquitectura software se ha hecho uso de Labview, debido a que dota de gran flexibilidad al sistema, permitiendo cambios con mínimo esfuerzo tanto en hardware como en software, y a que reduce el tiempo de desarrollo en las aplicaciones.

## Capítulo 4

# Descripción del Modelo Cinemático

### 4.1 Introducción

Como se pudo ver en la descripción del sistema mecánico (ver capítulo 2), la división del problema de subir o bajar escaleras en dos problemas totalmente desacoplados ha hecho que los grados de libertad actuados de la silla de ruedas hayan sido divididos en dos categorías: La primera concerniente a la locomoción misma (tracción y remonte del peldaño) y la segunda concerniente a la postura (alineamiento con la dirección de la gravedad y mantenimiento de la estabilidad del conjunto completo). Ambas categorías serán tratadas juntas en el modelo cinemático como si estuvieran acopladas, pero gracias al apropiado diseño mecánico de la plataforma se producirá una gran simplificación en el control.

La determinación de un modelo cinemático se convierte en una parte crítica del conjunto, ya que tiene la responsabilidad de generar las trayectorias de los actuadores de la silla de ruedas en tiempo real, de forma que el sistema en su conjunto sea capaz de subir y bajar escaleras proporcionando un estado de confort para el pasajero (movimientos suaves, mantenimiento de la estabilidad y alineamiento con la dirección de la gravedad). Estas trayectorias en tiempo real son las referencias de los sistemas en bucle cerrado (servocontroles) que controlan los ángulos de los motores (actuadores) encargados de mover los diferentes grados de libertad actuados de nuestro prototipo de silla de ruedas robotizada. Este generador de trayectorias depende de un modelo cinemático que debe tener las siguientes propiedades:

- Debe ser suficientemente preciso para describir el comportamiento del mecanismo.
- Debe ser suficientemente simple para poder ser calculado en el menor tiempo posible (en tiempo real).

- Debe ser suficientemente flexible para incluir las descripciones de todas las etapas mencionadas en la sección 2.3. En dicho modelo deben estar incluidas todas las posibles configuraciones del mecanismo y las diferentes situaciones de contacto con el entorno (suelo y escaleras).

Teniendo en cuenta la modularidad que presenta el sistema, se procede a desarrollar un modelo cinemático general en el caso de que el prototipo transite sobre terrenos sin discontinuidades que puedan tener desniveles del orden de la batalla. Se denominará modelo cinemático directo (MCD) al algoritmo que determina la posición ( $\mathbf{P}_g$ ) y la inclinación ( $\gamma$ ) del centro de masas con respecto a un sistema de coordenadas que se toma como referencia, conocidos los valores de las articulaciones y los parámetros geométricos de los elementos de la silla de ruedas. Por otro lado, se denominará modelo cinemático inverso (MCI) al algoritmo que resuelve la configuración que debe adoptar la silla de ruedas para una posición y orientación del centro de masas conocida.

Posteriormente, se particularizará este modelo general para obtener las ecuaciones de movimiento de la silla de ruedas sobre perfiles formados por tramos rectos en los que pueden aparecer obstáculos con pendientes verticales (escalones). Este modelo particular, deberá incluir todas las posibles configuraciones descritas en la sección 2.3, en las que la silla se puede encontrar al afrontar perfiles de este tipo. Es importante resaltar que este último modelo calculado posee la ventaja de la posibilidad de cálculo de soluciones analíticas en las que no se necesita la realización de ningún tipo de cálculo iterativo.

Finalmente, se comenta que en las siguientes secciones se utilizará notación compleja para representar los puntos en el plano: la variable horizontal es la componente real y la variable vertical es la componente imaginaria (tomando  $j$  como número imaginario). Esta notación facilita la obtención de los modelos cinemáticos en el prototipo ya que los movimientos del mecanismo implican rotaciones cuyo resultado se describe de forma más simplificada con esta notación, dando lugar a ecuaciones más compactas.

## 4.2 Modelos cinemáticos de la silla de ruedas sobre perfiles sin discontinuidades

En esta fase se presentará el procedimiento para calcular los modelos cinemáticos directo e inverso del prototipo en este tipo de perfiles y se presentarán las expresiones analíticas obtenidas. La figura 4.1 ilustra el esquema del mecanismo de la silla de ruedas desarrollada, donde se han definido las variables más importantes. Se asume un perfil genérico  $\hat{\mathbf{f}}(s)$  sin

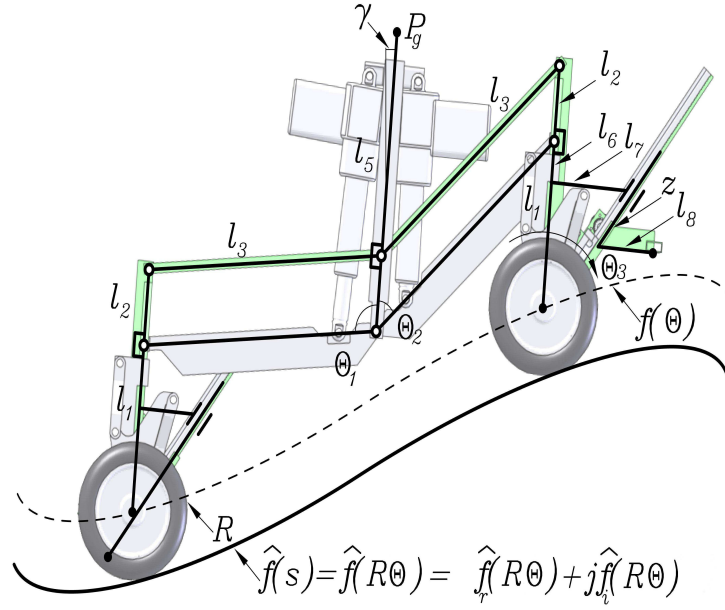


Figura 4.1: Diagrama con las magnitudes más importantes del sistema

discontinuidades. A partir de  $\hat{\mathbf{f}}(s)$  se puede obtener la trayectoria  $\mathbf{f}(\theta)$  seguida por los centros de las ruedas dentro de un perfil genérico mediante la siguiente ecuación:

$$\mathbf{f}(\theta) = \hat{\mathbf{f}}(R\theta) + \left( \frac{\partial \hat{f}_i}{\partial \hat{f}_r} \right) \mathbf{e}^{j\frac{\pi}{2}} R = \hat{\mathbf{f}}(R\theta) + \left( \frac{\frac{\partial \hat{f}_i}{\partial s}}{\frac{\partial \hat{f}_r}{\partial s}} \right) \mathbf{e}^{j\frac{\pi}{2}} R \quad (4.1)$$

siendo  $R$  el radio de las ruedas y  $s$  la trayectoria.

#### 4.2.1 Modelo cinemático directo (MCD) en perfiles sin discontinuidades

El modelo cinemático directo proporciona los valores del centro de masas ( $\mathbf{P}_g$ ) y la inclinación de la silla de ruedas ( $\gamma$ ) con respecto a la dirección de la gravedad a partir del conocimiento del valor específico de los actuadores que gobiernan el movimiento de la silla

de ruedas.

En el caso de perfiles sin discontinuidades se parte del conocimiento de los ángulos del mecanismo de estabilización de la silla ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ), el ángulo de giro de las ruedas motrices del tren T2 ( $\theta_3$ ) y del perfil de los ejes seguidos por las ruedas  $\mathbf{f}(\theta)$ . A partir de estos datos, se deberá obtener la posición del centro de masas  $\mathbf{P}_g$ , la desviación  $\gamma$  con respecto a la dirección de la gravedad del chasis de la silla y la posición del eje de las ruedas del tren T1 ( $\mathbf{f}(\theta_4)$ ).

A la vista de la figura 4.1, si se realiza la suposición de que el mecanismo posee inclinación nula con respecto a la gravedad, el vector que une los centros de ambas ruedas, depende únicamente de los ángulos del mecanismo de estabilización  $\theta_1$  y  $\theta_2$ . Dicho vector se puede expresar matemáticamente de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\psi}(\theta_1, \theta_2) = l_3 \mathbf{e}^{j(\theta_1 - \frac{\pi}{2})} + l_3 \mathbf{e}^{j(\frac{\pi}{2} - \theta_2)} \quad (4.2)$$

En el caso de que el mecanismo tuviera una inclinación no nula y de valor  $\gamma$ , el vector que une los centros de ambas ruedas se obtendría mediante la siguiente expresión:

$$\mathbf{f}(\theta_3) - \mathbf{f}(\theta_4) = \boldsymbol{\psi}(\theta_1, \theta_2) \mathbf{e}^{j\gamma} \quad (4.3)$$

donde  $\mathbf{f}(\theta_3)$  y  $\mathbf{f}(\theta_4)$  son las posiciones de los centros de las ruedas de los trenes T2 y T1 respectivamente.

Para calcular la posición del centro de las ruedas del tren T1 ( $\mathbf{f}(\theta_4)$ ) o en su defecto, su ángulo de giro  $\theta_4$ , será necesario tomar módulos en la ecuación (4.3). Por tanto:

$$|\mathbf{f}(\theta_3) - \mathbf{f}(\theta_4)| = |\boldsymbol{\psi}(\theta_1, \theta_2)| \implies \mathbf{f}(\theta_4) \quad (4.4)$$

Una vez conocido  $\mathbf{f}(\theta_4)$  (o  $\theta_4$  en su defecto), se calcula el ángulo de inclinación  $\gamma$  de la silla tomando la ecuación de fases en la ecuación 4.3. Se obtiene la siguiente expresión:

$$\gamma = \angle [\mathbf{f}(\theta_3) - \mathbf{f}(\theta_4)] - \angle \boldsymbol{\psi}(\theta_1, \theta_2) \quad (4.5)$$

Finalmente, para calcular la posición del centro de masas  $\mathbf{P}_g$  y finalizar el modelo cinemático directo se puede hacer uso de cualquiera de las siguientes expresiones:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + (l_1 + l_5) \mathbf{e}^{j(\frac{\pi}{2} + \gamma)} + l_3 \mathbf{e}^{j(\theta_1 - \frac{\pi}{2} + \gamma)} \quad (4.6)$$

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) + (l_1 + l_5) \mathbf{e}^{j(\frac{\pi}{2} + \gamma)} + l_3 \mathbf{e}^{j(-\theta_2 - \frac{\pi}{2} + \gamma)} \quad (4.7)$$



### 4.2.2 Modelo cinemático inverso (MCI) en perfiles sin discontinuidades

El modelo cinemático inverso proporciona los valores de los actuadores que gobiernan el movimiento de la silla de ruedas a partir del conocimiento del centro de masas ( $\mathbf{P}_g$ ) y de la inclinación de la silla de ruedas ( $\gamma$ ) con respecto a la dirección de la gravedad.

En el caso de perfiles sin ningún tipo de discontinuidad, se parte del conocimiento de la posición del centro de masas  $\mathbf{P}_g$ , la desviación  $\gamma$  con respecto a dirección de la gravedad y el perfil de los ejes seguidos por las ruedas  $\mathbf{f}(\theta)$ . Con estos datos, se obtienen los ángulos del mecanismo de estabilización de la silla ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ) y los ángulos de giro de las ruedas  $\theta_3$  y  $\theta_4$  (o en su defecto la posición de los ejes de las ruedas  $\mathbf{f}(\theta_3)$  y  $\mathbf{f}(\theta_4)$ ) de los trenes T2 y T1.

Se comienza el cálculo haciendo uso de la ecuación (4.6) que da como resultado la siguiente expresión:

$$[\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_4) - j(l_1 + l_5)\mathbf{e}^{j\gamma}]\mathbf{e}^{j\frac{\pi}{2}} = l_3\mathbf{e}^{j(\theta_1+\gamma)} \quad (4.8)$$

Separando (4.8) en las ecuaciones de módulos y fases correspondientes, se obtiene como resultado los valores de  $\theta_4$  y de  $\theta_1$  respectivamente. Las expresiones son las siguientes:

$$|\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_4) - j(l_1 + l_5)\mathbf{e}^{j\gamma}| = l_3 \implies \theta_4 \quad (4.9)$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \gamma + \angle [\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_4) - j(l_1 + l_5)\mathbf{e}^{j\gamma}] \quad (4.10)$$

Siguiendo el mismo procedimiento con la ecuación (4.7) se obtiene la siguiente expresión:

$$[\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_3) - j(l_1 + l_5)\mathbf{e}^{j\gamma}]\mathbf{e}^{j\frac{\pi}{2}} = l_3\mathbf{e}^{j(\gamma-\theta_2)} \quad (4.11)$$

Separando (4.11) en la ecuación de módulos y fases correspondientes, se calcularán los valores de los ángulos  $\theta_3$  y  $\theta_2$ . Las expresiones obtenidas se muestran a continuación:

$$|\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_3) - j(l_1 + l_5)\mathbf{e}^{j\gamma}| = l_3 \implies \theta_3 \quad (4.12)$$

$$\theta_2 = \gamma - \frac{\pi}{2} - \angle [\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_3) - j(l_1 + l_5)\mathbf{e}^{j\gamma}] \quad (4.13)$$

que se obtienen, en el caso general, con métodos numéricos iterativos.

### 4.3 Modelos cinemáticos de la silla de ruedas sobre perfiles con discontinuidades

En esta sección se desarrollará un enfoque particular del modelo cinemático de la silla de ruedas (Morales R., 2004). En este caso, el perfil general sobre el que se ha trabajado anteriormente, se particulariza a un perfil compuesto por tramos rectos en el que aparecen obstáculos de tipo escalón. Por tanto, se hará énfasis en la obtención de las ecuaciones de movimiento de la silla de ruedas en perfiles caracterizados por obstáculos con pendientes verticales (discontinuidades). En perfiles de estas características, los modelos cinemáticos directo e inverso permiten soluciones analíticas donde no es necesario la realización de ningún proceso iterativo de cálculo. Además, estos modelos cinemáticos deben ser flexibles para incluir las diferentes configuraciones que pueden aparecer cuando la silla de ruedas se encuentra en el proceso de subida o bajada de escaleras. Se presentarán todas las posibles configuraciones y las expresiones analíticas de los modelos cinemáticos directos e inversos para cada una de las diferentes configuraciones.

#### 4.3.1 Modelo cinemático directo (MCD) en perfiles con discontinuidades

En el modelo cinemático directo se parte del conocimiento de los ángulos del mecanismo de estabilización de la silla ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ) y los ángulos de giro de las ruedas ( $\mathbf{f}(\theta_3)$  o la longitud instantánea de los mecanismos de remonte ( $z_i$ ), dependiendo de la configuración. También es conocida la diferencia de altura ( $h$ ) entre los ejes de las ruedas (cuando la silla posee los dos trenes en modo rodadura), o la altura relativa entre el punto de contacto con el suelo del mecanismo de remonte y el eje de las ruedas del tren opuesto (cuando cualquiera de los dos trenes se encuentra en fase de negociación para sobrepasamiento del escalón y el tren opuesto en modo rodadura) o la diferencia relativa de altura entre los puntos de contacto de los dos mecanismos de remonte con la huella de su correspondiente escalón (cuando los dos trenes del mecanismo despliegan sus mecanismos de remonte). Con estos datos, se obtendrán la posición absoluta del centro de masas  $\mathbf{P}_g$  y la desviación  $\gamma$  con respecto a la dirección de la gravedad. Se presentarán los modelos cinemáticos directos de las diferentes configuraciones de la silla de ruedas, aunque una descripción más amplia de estos modelos se desarrollará en el anexo B.

#### MCD Fase 1: Los dos trenes en modo rodadura

Se conoce el valor de los ángulos del mecanismo de estabilización de la silla ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ), la posición de las ruedas del tren T2 ( $\mathbf{f}(\theta_3)$ ) y la diferencia de altura ( $h$ ) entre los ejes de las ruedas

y se obtendrá la posición absoluta del centro de masas  $\mathbf{P}_g$ , la desviación  $\gamma$  con respecto a la dirección de la gravedad y la posición de las ruedas del tren T1 ( $\mathbf{f}(\theta_4)$ ). La figura 4.2a ilustra esta configuración. Después de algunos cálculos y siguiendo el mismo proceso mostrado en la sección anterior, el modelo cinemático resultante es:

$$\gamma = \angle [X_3 + R\theta_3 - Re(\mathbf{f}(\theta_4)) + jh] + \angle [A_1 + jA_2] - \frac{\pi}{2} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + j(l_1 + l_5)\mathbf{e}^{j\gamma} - jl_3\mathbf{e}^{j(\theta_1+\gamma)} \quad (4.15)$$

o

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) + j(l_1 + l_5)\mathbf{e}^{j\gamma} - jl_3\mathbf{e}^{j(-\theta_2+\gamma)} \quad (4.16)$$

donde  $\mathbf{Z}_3 = X_3 + jY_3$  es la posición inicial absoluta de las ruedas del tren T2 y  $Re(\mathbf{f}(\theta_4))$  es la posición horizontal del eje de las ruedas del tren T1, y

$$A_1 = \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \quad (4.17)$$

$$A_2 = \sin \theta_2 + \sin \theta_1 \quad (4.18)$$

$$\mathbf{f}(\theta_3) = X_3 + R\theta_3 + jY_3 \quad (4.19)$$

$$Re[\mathbf{f}(\theta_4)] = X_3 + R\theta_3 - \sqrt{l_3^2 (A_1^2 + A_2^2) - h^2} \quad (4.20)$$

$$\mathbf{f}(\theta_4) = Re[\mathbf{f}(\theta_4)] + j(Y_3 - h) \quad (4.21)$$

cuyas expresiones se han presentado en orden de cálculo.

#### **MCD Fase 2: Tren T1 en modo rodadura y tren T2 desplegando su mecanismo de remonte**

Se conoce el valor de los ángulos del mecanismo de estabilización de la silla ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ), longitud instantánea  $z_2$  del mecanismo de remonte T2, la posición absoluta del punto de contacto  $\mathbf{P}_{c2}$  entre el mecanismo de remonte y la huella del escalón del tren T2, y el ángulo  $\mu$  entre el mecanismo de remonte y la huella del escalón. Se deberá obtener la posición

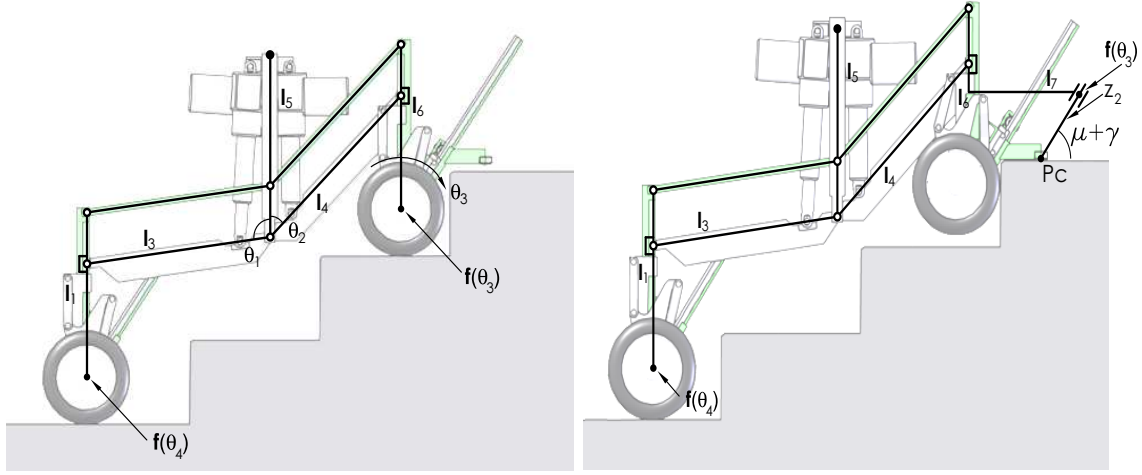


Figura 4.2: (a) Silla de ruedas con los dos trenes en modo rodadura ; (b) Silla de ruedas con tren T1 en modo rodadura y tren T2 desplegando mecanismo de remonte

absoluta del centro de masas  $\mathbf{P}_g$ , la desviación  $\gamma$  con respecto a la dirección de la gravedad y la posición de las ruedas  $\mathbf{f}(\theta_4)$  del tren T1 . La figura 4.2b ilustra esta configuración. Después de algunos cálculos y siguiendo el mismo proceso mostrado en la sección anterior, el modelo cinemático resultante es:

$$\gamma = \angle [\mathbf{P}_{C2} - Re[\mathbf{f}(\theta_4)] - jY_4] - \angle \Delta \mathbf{M} \quad (4.22)$$

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + j(l_1 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma} - jl_3 \mathbf{e}^{j(\theta_1 + \gamma)} \quad (4.23)$$

y

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) + j(l_7 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma} - jl_3 \mathbf{e}^{j(-\theta_2 + \gamma)} \quad (4.24)$$

donde  $Re[\mathbf{f}(\theta_4)]$  e  $Y_4$  son las posiciones absolutas horizontal y vertical (esta última de valor constante conocido) del eje de las ruedas del tren T1. Las otras variables, expresadas en orden de cálculo, son:

$$\Delta \mathbf{M} = l_7 + j(l_1 - l_6) + jl_3 \left( \mathbf{e}^{-j\theta_2} - \mathbf{e}^{j\theta_1} \right) - z_2 \mathbf{e}^{j\mu} \quad (4.25)$$

$$Re[f(\theta_4)] = Re[\mathbf{P}_{C2}] - \sqrt{|\Delta\mathbf{M}|^2 - (Im[\mathbf{P}_{C2}] - Y_4)^2} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{f}(\theta_3) = \mathbf{P}_{C2} + z_2 \mathbf{e}^{j(\mu+\gamma)} \quad (4.27)$$

$$\mathbf{f}(\theta_4) = Re[f(\theta_4)] + jY_4 \quad (4.28)$$

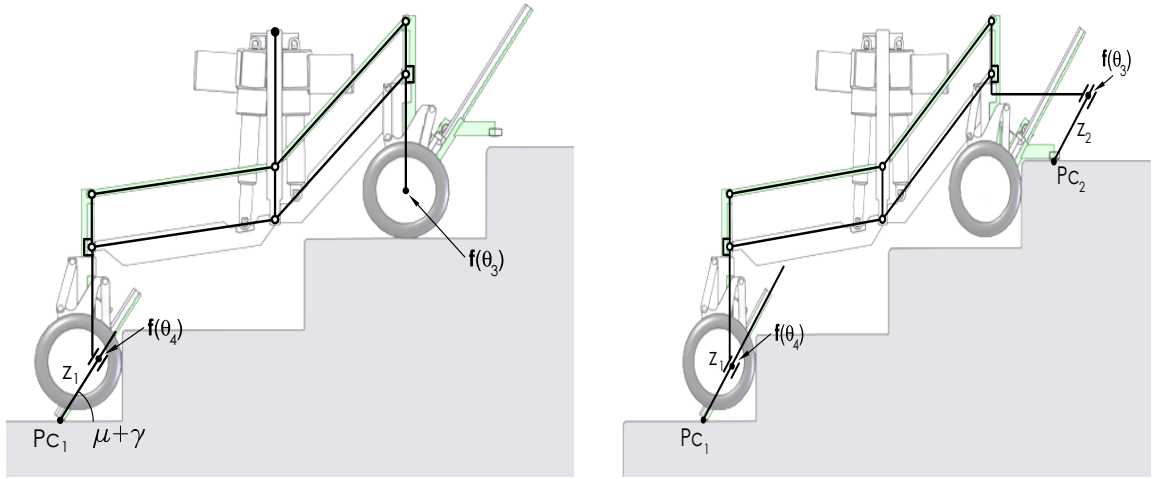


Figura 4.3: (a) Silla de ruedas con tren T2 en modo rodadura y tren T1 desplegando mecanismo de remonte; (b) Silla de ruedas con trenes T1 y T2 desplegando sus correspondientes mecanismos de remonte

### MCD Fase 3: Tren T2 en modo rodadura y tren T1 desplegando su mecanismo de remonte

Se conoce el valor de los ángulos del mecanismo de estabilización de la silla ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ), longitud instantánea  $z_1$  del mecanismo de remonte T1, la posición absoluta del punto de contacto  $\mathbf{P}_{C1}$  entre el mecanismo de remonte y la huella del escalón del tren T1, y el ángulo  $\mu$  entre el mecanismo de remonte y la huella del escalón. Se debe obtener la posición absoluta del centro de masas  $\mathbf{P}_g$ , la desviación  $\gamma$  con respecto a la dirección de la gravedad y la posición de las ruedas  $\mathbf{f}(\theta_3)$  del tren T2. La figura 4.3a ilustra esta configuración. Después de algunos cálculos y siguiendo el mismo proceso mostrado en la sección anterior, el modelo cinemático

resultante es:

$$\gamma = \angle [Re [\mathbf{f}(\theta_3)] + jY_3 - \mathbf{P}_{C1}] - \angle [\Delta \mathbf{V}] \quad (4.29)$$

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + j(l_1 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma} - jl_3 \mathbf{e}^{j(\theta_1 + \gamma)} \quad (4.30)$$

y

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) + j(l_1 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma} - jl_3 \mathbf{e}^{j(-\theta_2 + \gamma)} \quad (4.31)$$

donde  $Re [\mathbf{f}(\theta_3)]$  e  $Y_3$  son las posiciones absolutas horizontal y vertical del eje de las ruedas del tren T2. Las otras variables, presentadas en orden de cálculo, son:

$$\Delta \mathbf{V} = l_3 [\mathbf{e}^{-j\theta_2} - \mathbf{e}^{j\theta_1}] + z_1 \mathbf{e}^{j\mu} \quad (4.32)$$

$$Re [\mathbf{f}(\theta_3)] = Re [\mathbf{P}_{C1}] + \sqrt{|\Delta \mathbf{V}|^2 - (Y_3 - Im [\mathbf{P}_{C1}])^2} \quad (4.33)$$

$$\mathbf{f}(\theta_3) = Re [\mathbf{f}(\theta_3)] + jY_3 \quad (4.34)$$

$$\mathbf{f}(\theta_4) = \mathbf{P}_{C1} + z_1 \mathbf{e}^{j(\mu + \gamma)} \quad (4.35)$$

#### MCD Fase 4: Trenes T1 y T2 desplegando sus mecanismos de remonte correspondientes

Se conoce el valor de los ángulos del mecanismo de estabilización de la silla ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ), longitud instantánea de los mecanismos de remonte T1 y T2 ( $z_1$  y  $z_2$  respectivamente), las posiciones absolutas de los puntos de contacto  $\mathbf{P}_{C1}$  y  $\mathbf{P}_{C2}$  entre los mecanismos de remonte y la huellas de los escalones correspondientes de los trenes T1 y T2, y el ángulo  $\mu$  entre el mecanismos de remonte y las huellas del escalón. Se debe obtener la posición absoluta del centro de masas  $\mathbf{P}_g$  y la desviación  $\gamma$  con respecto a la dirección de la gravedad. La figura 4.3b ilustra esta configuración. Después de algunos cálculos y siguiendo el mismo proceso mostrado en la sección anterior, el modelo cinemático resultante es:

$$\gamma = \angle [\mathbf{P}_{C2} - \mathbf{P}_{C1}] - \angle [\Delta \mathbf{R}] \quad (4.36)$$

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + j(l_1 + l_5)\mathbf{e}^{j\gamma} - jl_3\mathbf{e}^{j(\theta_1+\gamma)} \quad (4.37)$$

o

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) - l_7\mathbf{e}^{j\gamma} + j(l_6 + l_5)\mathbf{e}^{j\gamma} - jl_3\mathbf{e}^{j(-\theta_2+\gamma)} \quad (4.38)$$

donde, las variables intermedias se presentan a continuación en orden de cálculo:

$$\Delta\mathbf{R} = (z_1 - z_2)\mathbf{e}^{j\mu} + l_7 + j(l_1 - l_6) + jl_3(\mathbf{e}^{-j\theta_2} - \mathbf{e}^{-j\theta_1}) \quad (4.39)$$

$$\mathbf{f}(\theta_3) = \mathbf{P}_{C2} + z_2\mathbf{e}^{j(\mu+\gamma)} \quad (4.40)$$

$$\mathbf{f}(\theta_4) = \mathbf{P}_{C1} + z_1\mathbf{e}^{j(\mu+\gamma)} \quad (4.41)$$

#### 4.3.2 Modelo cinemático inverso (MCI) en perfiles con discontinuidades

En el modelo cinemático inverso se parte del conocimiento de la posición absoluta del centro de masas  $\mathbf{P}_g$  y la desviación  $\gamma$  con respecto a la dirección de la gravedad. También se conoce la diferencia de altura  $h$  entre los ejes de las ruedas (cuando la silla posee los dos trenes en modo rodadura), o la altura relativa entre el punto de contacto con el suelo del mecanismo de remonte y el eje de las ruedas del tren opuesto (cuando cualquiera de los dos trenes se encuentra en fase de negociación para sobrepasamiento del escalón y el tren opuesto en modo rodadura) o la diferencia relativa de altura entre los puntos de contacto de los dos mecanismos de remonte con la huella de su correspondiente escalón (cuando los dos trenes del mecanismo despliegan sus mecanismos de remonte). Con estos datos, se obtendrán los ángulos del mecanismo de estabilización de la silla ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ) y el ángulo de giro de las ruedas  $\mathbf{f}(\theta_3)$  o la longitud instantánea de los mecanismos de remonte  $z_i$ , dependiendo de la configuración. Los modelos cinemáticos inversos de las diferentes configuraciones de la silla de ruedas se presentarán a continuación, aunque una descripción más amplia de estos modelos se desarrollará en el apéndice B.

##### MCI Fase 1: Los dos trenes en modo rodadura

Se conoce el valor de la posición absoluta del centro de masas  $\mathbf{P}_g$ , la desviación  $\gamma$  con respecto a la dirección de la gravedad y la diferencia de altura ( $h$  o  $Im[\mathbf{f}(\theta_4)]$ ) entre los ejes de las ruedas de ambos trenes y se deben obtener los ángulos del mecanismo de estabilización

de la silla ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ), y las posiciones horizontales de los ejes de las ruedas de los trenes T1 y T2 ( $Re(\mathbf{f}(\theta_4))$  e  $Im[\mathbf{f}(\theta_3)]$  respectivamente). La figura 4.2a ilustra esta configuración. Después de algunos cálculos y siguiendo el mismo proceso mostrado en la sección anterior, el modelo cinemático resultante es:

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \gamma + \angle[A_3 - Re[\mathbf{f}(\theta_4)] + jA_4] \quad (4.42)$$

$$\theta_3 = \frac{1}{R} \left[ A_5 + \sqrt{l_3^2 - A_6^2} \right] \quad (4.43)$$

$$\theta_2 = \gamma - \frac{\pi}{2} - \angle[A_5 - R\theta_3 + jA_6] \quad (4.44)$$

donde las variables intermedias necesarias se presentan en orden de cálculo:

$$A_3 = Re[\mathbf{P}_g] - (l_1 + l_5) \sin \gamma \quad (4.45)$$

$$A_4 = Im[\mathbf{P}_g] - (Y_3 - h) - (l_1 + l_5) \cos \gamma \quad (4.46)$$

$$Re(\mathbf{f}(\theta_4)) = A_3 - \sqrt{l_3^2 - A_4^2} \quad (4.47)$$

$$A_5 = Re[\mathbf{P}_g] - X_3 + (l_1 + l_5) \sin \gamma \quad (4.48)$$

$$A_6 = Im[\mathbf{P}_g] - Y_3 - (l_1 + l_5) \cos \gamma \quad (4.49)$$

### MCI Fase 2: Tren T1 en modo rodadura y tren T2 desplegando su mecanismo de remonte

Se conoce el valor la posición absoluta del centro de masas  $\mathbf{P}_g$ , la desviación  $\gamma$  con respecto a la dirección de la gravedad, la posición absoluta del punto de contacto  $\mathbf{P}_{c2}$  entre el mecanismo de remonte y la huella del escalón del tren T2, y el ángulo  $\mu$  entre el mecanismo de remonte y la huella del escalón. Se deben obtener los ángulos del mecanismo de estabilización de la silla ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ), la longitud instantánea  $z_2$  del mecanismo de remonte T2 y la posición de las ruedas  $\mathbf{f}(\theta_4)$  del tren T1. La figura 4.2b ilustra esta configuración. Después de algunos cálculos y siguiendo el mismo proceso mostrado en la sección anterior, el modelo cinemático resultante es:



$$\theta_2 = \arccos \left[ \frac{\text{Im} [\Delta \mathbf{N}]}{-l_3} \right] - \mu \quad (4.50)$$

$$z_2 = \text{Re} [\Delta \mathbf{N}] + l_3 \sin (\theta_2 + \mu) \quad (4.51)$$

$$\theta_1 = \angle [A_7 - \text{Re} [\mathbf{f}(\theta_4)] + jA_8] - \gamma + \frac{\pi}{2} \quad (4.52)$$

donde los cálculos parciales se presentan a continuación en orden de cálculo:

$$\Delta \mathbf{N} = [\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C2} - (-l_7 + j(l_6 + l_5)) \mathbf{e}^{j\gamma}] \mathbf{e}^{j(-\mu-\gamma)} \quad (4.53)$$

$$A_7 = \text{Re} [\mathbf{P}_g] + (l_1 + l_5) \sin \gamma \quad (4.54)$$

$$A_8 = \text{Im} [\mathbf{P}_g] - Y_4 - (l_1 + l_5) \cos \gamma \quad (4.55)$$

$$\text{Re} [\mathbf{f}(\theta_4)] = A_7 - \sqrt{l_3^2 - A_8^2} \quad (4.56)$$

### MCI Fase 3: Tren T2 en modo rodadura y tren T1 desplegando su mecanismo de remonte

Se conocen el valor de la posición absoluta del centro de masas  $\mathbf{P}_g$ , la desviación ( $\gamma$ ) con respecto a la dirección de la gravedad, la posición absoluta del punto de contacto  $\mathbf{P}_{C1}$  entre el mecanismo de remonte y la huella del escalón del tren T1, y el ángulo  $\mu$  entre el mecanismo de remonte y la huella del escalón. Se deben obtener los ángulos del mecanismo de estabilización de la silla ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ), la longitud instantánea  $z_1$  del mecanismo de remonte T1 y la posición absoluta del eje de las ruedas  $\mathbf{f}(\theta_3)$  del tren T2. La figura 4.3a ilustra esta configuración. Después de algunos cálculos y siguiendo el mismo proceso mostrado en la sección anterior, el modelo cinemático resultante es:

$$\theta_1 = \mu + \arccos \left[ \frac{\text{Im} [\Delta \mathbf{P}]}{-l_3} \right] \quad (4.57)$$

$$z_1 = \text{Re} [\Delta \mathbf{P}] - l_3 \sin (\theta_1 + \mu) \quad (4.58)$$

$$\theta_2 = \gamma - \frac{\pi}{2} - \angle [A_9 - Re [\mathbf{f}(\theta_3)] + jA_{10}] \quad (4.59)$$

donde los cálculos parciales se presentan a continuación en orden de cálculo:

$$\Delta \mathbf{P} = [\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C1} - j(l_1 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma}] \mathbf{e}^{j(-\mu-\gamma)} \quad (4.60)$$

$$A_9 = Re [\mathbf{P}_g] + (l_1 + l_5) \sin \gamma \quad (4.61)$$

$$A_{10} = Im [\mathbf{P}_g] - (l_1 + l_5) \cos \gamma \quad (4.62)$$

$$Re [\mathbf{f}(\theta_3)] = A_9 + \sqrt{l_3^2 - A_{10}^2} \quad (4.63)$$

#### MCI Fase 4: Trenes T1 y T2 desplegando sus mecanismos de remonte correspondientes

Se conocen el valor de la posición absoluta del centro de masas  $\mathbf{P}_g$ , la desviación ( $\gamma$ ) con respecto a la dirección de la gravedad, las posiciones absolutas de los puntos de contacto entre los mecanismos de remonte y la huella del escalón correspondientes de los trenes T1 y T2 ( $\mathbf{P}_{c1}$  y  $\mathbf{P}_{c2}$  respectivamente), y el ángulo ( $\mu$ ) entre el mecanismos de remonte y las huellas del escalón. Se deben obtener los ángulos del mecanismo de estabilización de la silla ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ) y las longitudes instantáneas  $z_1$  y  $z_2$  de los mecanismos de remonte T1 y T2. La figura 4.3b ilustra esta configuración. Después de algunos cálculos y siguiendo el mismo proceso mostrado en la sección anterior, el modelo cinemático resultante es:

$$\theta_1 = \arccos \left( \frac{Im [\Delta \mathbf{S}]}{-l_3} \right) + \mu \quad (4.64)$$

$$z_1 = Re [\Delta \mathbf{S}] - l_3 \sin (\theta_1 - \mu) \quad (4.65)$$

$$\theta_2 = \arccos \left[ \frac{Im [\Delta \mathbf{T}]}{-l_3} \right] - \mu \quad (4.66)$$

$$z_2 = Re [\Delta \mathbf{T}] + l_3 \sin (\theta_2 + \mu) \quad (4.67)$$

donde los cálculos parciales se presentan a continuación en orden de cálculo:

$$\Delta \mathbf{S} = [\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C1} - j(l_1 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma}] \mathbf{e}^{j(-\mu-\gamma)} \quad (4.68)$$

$$\Delta \mathbf{T} = [\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C2} + l_7 \mathbf{e}^{j\gamma} - j(l_6 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma}] \mathbf{e}^{j(-\mu-\gamma)} \quad (4.69)$$

## 4.4 Validación experimental de los modelos cinemáticos

Una vez presentado el modelo cinemático completo, se procede a realizar la validación experimental del modelo sobre el prototipo real descrito en el capítulo 3 (Morales R., 2006c).

Como primer test para investigar el comportamiento del prototipo y la coordinación entre todos los actuadores, se generarán, como aplicación de los modelos anteriores, las señales de control para los actuadores para dirigir el prototipo en bucle abierto. Se buscan las diferencias entre el modelo cinemático propuesto y el prototipo real. Previamente a estos test, se ha estimado el comportamiento dinámico de cada uno de los motores. Como resultado de la estimación de la dinámica de los motores, se asumirá que la dinámica de los motores es despreciable comparada con el sistema completo, debido a que la respuesta temporal del sistema mecánico es mucho más lenta que la respuesta temporal de los motores eléctricos y a las bajas velocidades y aceleraciones impuestas por las restricciones del confort del pasajero.

En la realización de estos experimentos, se ha simulado una trayectoria del centro de masas sobre la escalera y se han obtenido las trayectorias que controlan los ángulos de los motores encargados de mover la silla de ruedas. Para la simulación y para la verificación experimental se ha utilizado una escalera formada por tres escalones de 180 mm de altura y de 300 mm de huella. Además, se ha realizado una trayectoria confortable para el paciente, lo que implica que las aceleraciones y velocidades impuestas para la trayectoria deberán ser menores que las aceleraciones y velocidades máximas de confort junto con una inclinación muy pequeña de la silla con respecto a la dirección de la gravedad. A continuación, se han introducido en el prototipo las trayectorias obtenidas en el proceso de simulación y se ha recogido el movimiento de una serie de puntos clave que muestran como ha sido el movimiento real de este mecanismo.

La recogida de la evolución del movimiento del mecanismo ha sido mediante el sistema comercial Optotrack, basado en cámaras, que permite la localización y medida en el espacio (6D) de varias marcas infrarrojas, estáticas o móviles. Estas marcas pueden estar fijadas en puntos estratégicos del prototipo robotizado o en cualquier dispositivo móvil cuya trayectoria se desee medir. Para el ensayo experimental a realizar se han utilizado un par de marcas infrarrojas para registrar la trayectoria y la inclinación con respecto a la vertical del centro

de masas de la silla de ruedas.

Este sistema de medida óptico se puede utilizar en otras aplicaciones como diagnóstico y chequeo de estructuras, alineación de ejes, control de elementos móviles en maquinaria y metrología en general. El equipo básico de calibración utilizado en las pruebas consta de:

- 3 cámaras, montadas para recoger todo el espacio necesario para la realización de los experimentos y precalibradas, que captan la posición de un punto en el espacio.
- Colocación sobre el prototipo de marcas infrarrojas, cuya posición es captada por el sistema de cámaras.
- Sistema de control, que incluye la electrónica de adquisición y adaptación de señales, y software de tratamiento de la información recogida por la cámara.
- Precisión menor de 1 mm en un espacio de trabajo de 6 m<sup>3</sup>.



Figura 4.4: Montaje experimental para realización de ensayos

Por otro lado, se ha hecho uso también del sistema hardware interno del prototipo. Dicho sistema, como se comentó en el capítulo 3, está compuesto por una CPU principal, una tarjeta de E/S analógico/digital y una tarjeta de puertos serie. Otro punto a tener en cuenta en el proceso de calibración es la obtención de datos sincronizados entre el prototipo real y el sistema comercial Optotrack. Para resolver este problema, se han sincronizado ambos sistemas mediante la utilización de una señal de trigger, y se ha utilizado un tiempo de muestreo de 100 ms. La plataforma experimental se muestra en la figura 4.4.

Seguidamente, se mostrarán los resultados experimentales obtenidos. En primer lugar se muestra una comparativa entre las trayectorias de referencia impuestas a cada uno de los actuadores del mecanismo y las trayectorias reales obtenidas en el ensayo. La figura 4.5 muestra la evolución de las articulaciones que forman parte del mecanismo de posicionamiento. En estas figuras, si se observa la evolución del ángulo de posicionamiento  $\theta_1$ , se puede ver que hay una parte en que hay una gran diferencia entre la trayectoria de referencia y la trayectoria real. Esta diferencia aparece debido a que la trayectoria real del actuador encargado del posicionamiento del tren T1 ha llegado a su posición de máximo despliegue (final de carrera), y el movimiento más allá de esta posición no está permitido para proteger al prototipo. También, en este ensayo se puede observar que la posición del segundo actuador permanece constante durante todo el proceso de subida de escaleras.

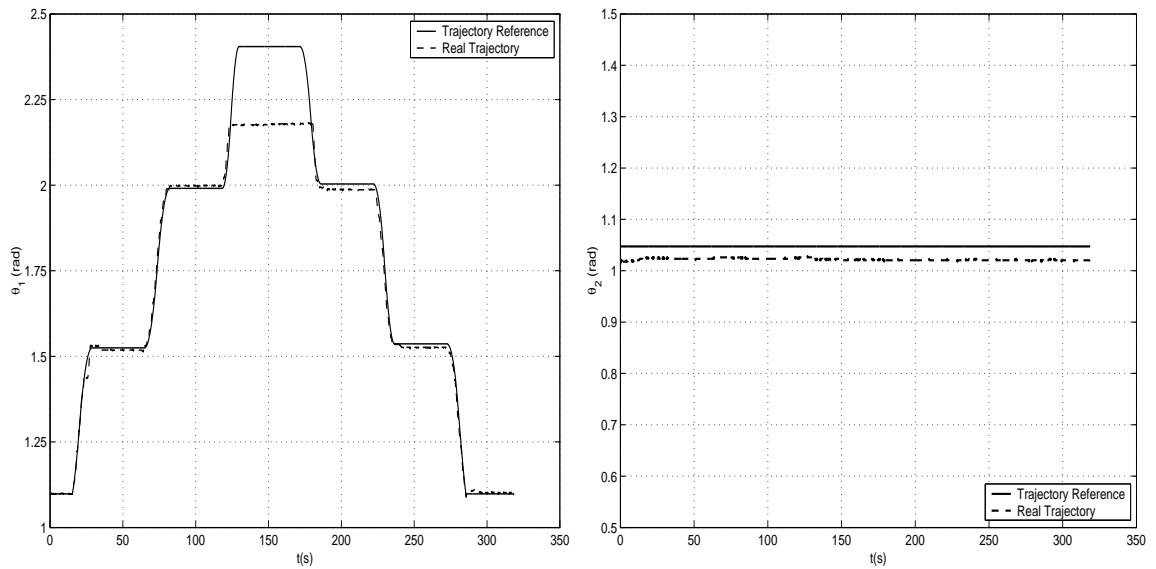


Figura 4.5: (a) Evolución del ángulo ( $\theta_1$ ) del tren T1 del mecanismo de posicionamiento; (b) Evolución del ángulo ( $\theta_2$ ) del tren T2 del mecanismo de posicionamiento

La figura 4.6 muestra el tipo de movimiento seguido por las ruedas motrices del dispositivo

a lo largo de la escalera y la evolución de la inclinación de la silla de ruedas durante todo el proceso de subida. En esta gráfica, se muestran la referencia teórica de inclinación y los datos experimentales obtenidos a partir del sistema Optotrack y del sensor de inclinación que posee la silla de ruedas.

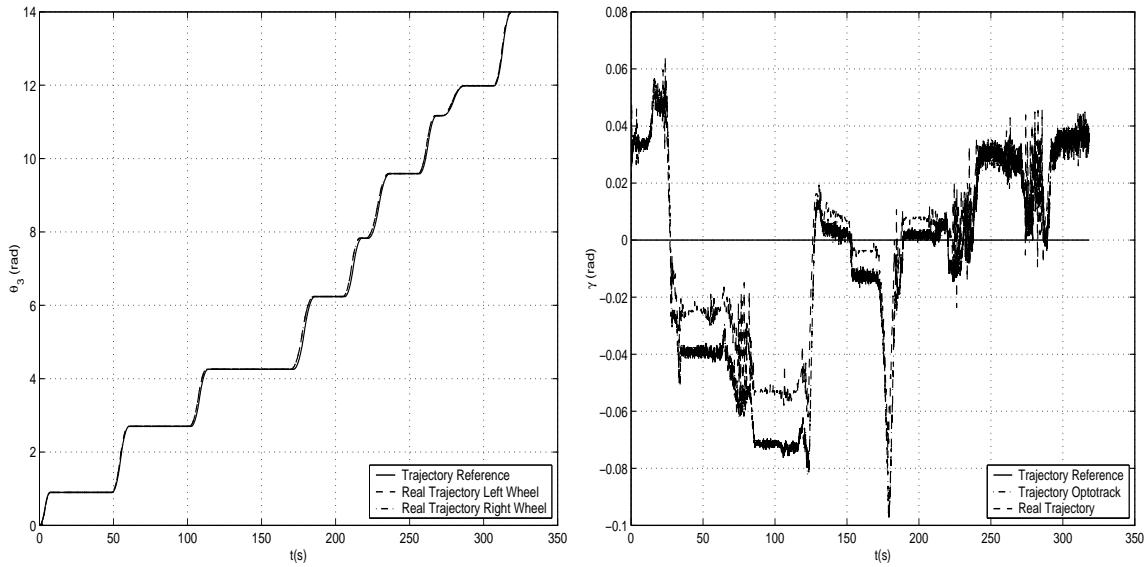


Figura 4.6: Evolución de la posición de las ruedas motrices ( $\theta_3$ ) de la silla de ruedas; (b) Evolución del ángulo de inclinación  $\gamma$  con respecto a la vertical del chasis de la silla de ruedas

La figura 4.7 muestra la evolución de la posición de los mecanismos de remonte de los trenes T1 y T2. En dichas figuras se puede observar el movimiento de despliegue y repliegue de este tipo de mecanismos a la hora de afrontar los obstáculos con cada uno de los trenes.

Por otro lado, la figura 4.8 muestra las trayectorias seguidas por el centro de masas cuando la silla de ruedas avanza sobre la escalera. En dicha gráfica, las mayores diferencias en encuentran en el tramo en el que el actuador encargado de mover el tren T1 del mecanismo de estabilización no puede seguir la trayectoria de referencia al haber llegado a su final de carrera y ese error hace que en el último tramo de subida haya un pequeño error de seguimiento en la trayectoria.

Por último, muestra una secuencia de subida formada por diversos fotogramas con el fin de ilustrar de una forma visual el funcionamiento del prototipo real en uno de los ensayos de proceso de subida de escaleras. Las figuras 4.9 y 4.10 muestran dicho proceso, en el que se puede observar que la inclinación con respecto a la dirección de la gravedad se mantiene prácticamente nula a lo largo de todo el ensayo.

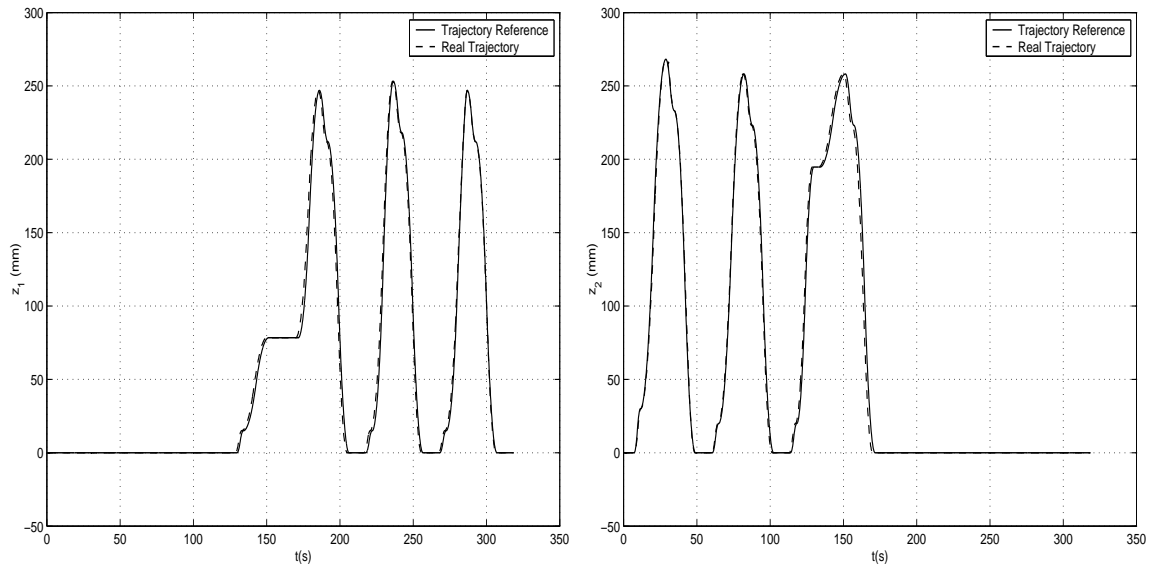


Figura 4.7: Evolución de la longitud instantánea ( $z_1$ ) del mecanismo de remonte del tren T1;  
(b) Evolución de la longitud instantánea ( $z_2$ ) del mecanismo de remonte del tren T2

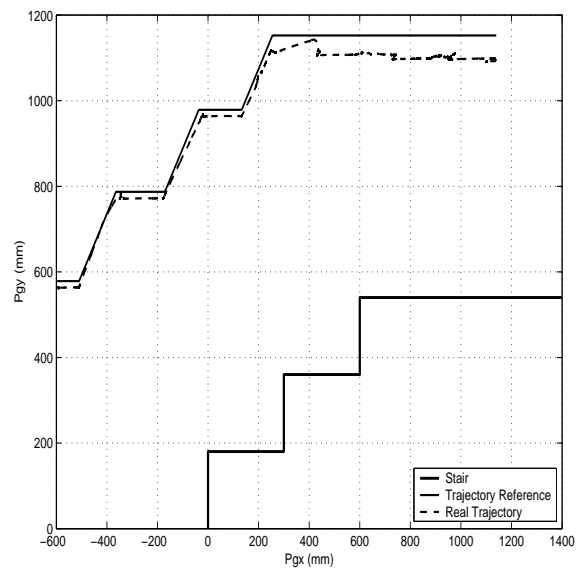


Figura 4.8: Evolución de la trayectoria del centro de masas

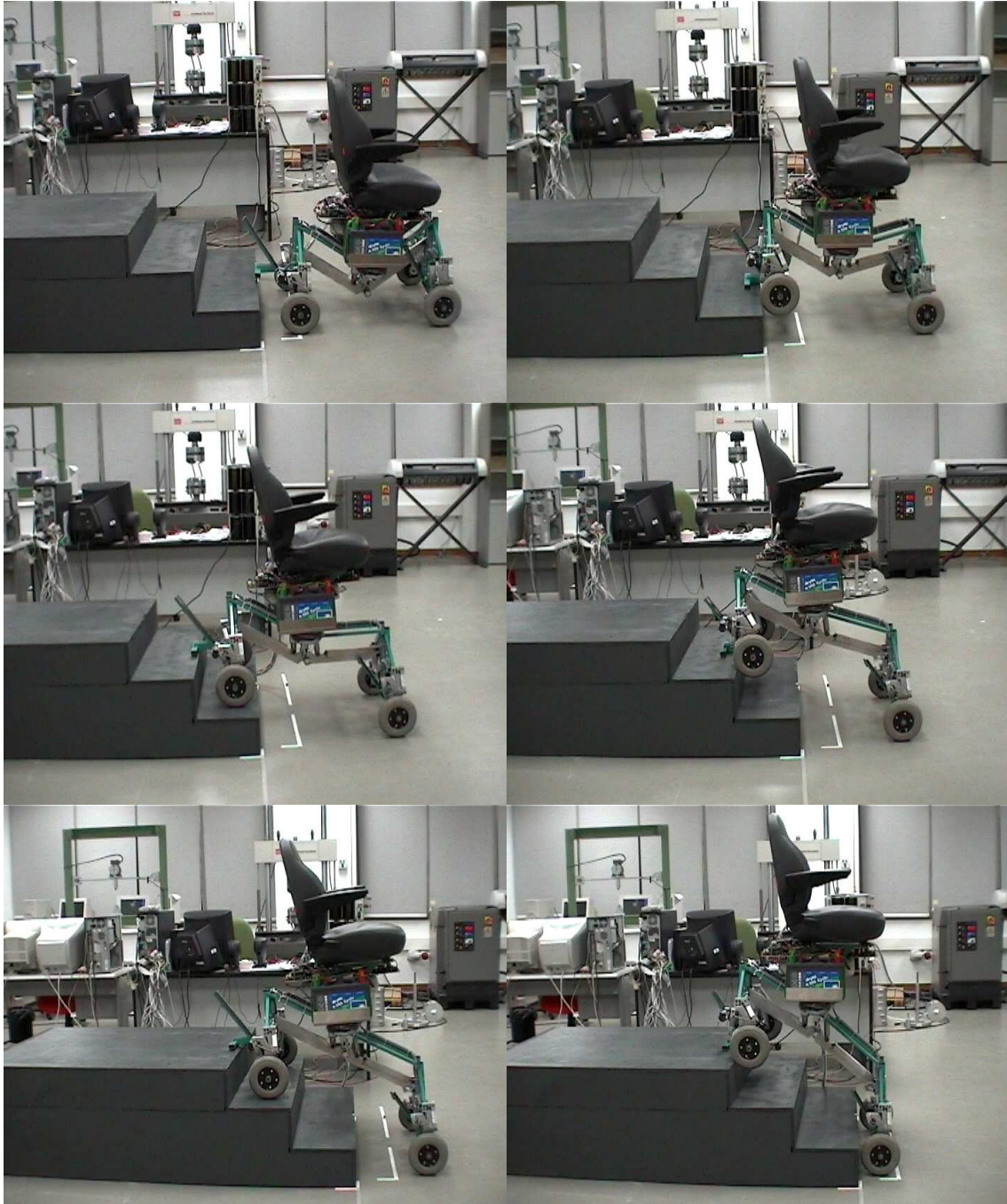


Figura 4.9: Primera parte de la secuencia de subida



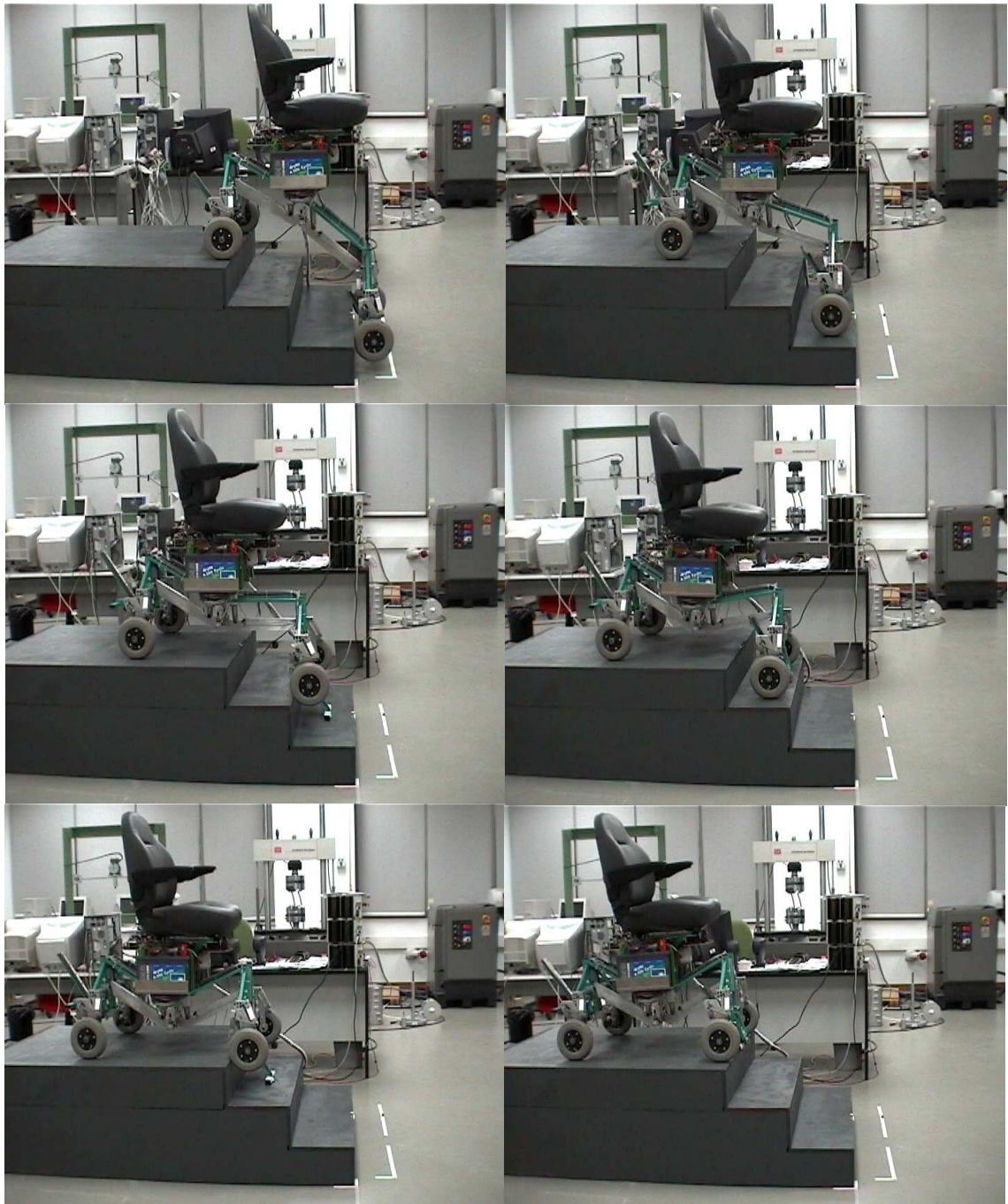


Figura 4.10: Segunda parte de la secuencia de subida

Para concluir esta sección se puede observar, a partir de los resultados experimentales obtenidos, que existen pequeñas diferencias entre las trayectorias experimentales y las de referencia excepto en el pequeño tramo en el que no se puede alcanzar la referencia del actuador al haber llegado a su posición de máximo despliegue, lo que demuestra la validez de los modelos cinemáticos desarrollados. Estos errores en las trayectorias serán reducidos mediante un procedimiento de calibración del mecanismo y mediante la realización de un control del sistema en cadena cerrada que use la realimentación de las medidas del inclinómetro para estabilizar el sistema y de los diferentes sensores de ultrasonidos que proporcionarán la posición relativa entre las ruedas y los escalones.

## 4.5 Resumen

En este capítulo se ha presentado una metodología para desarrollar el modelado cinemático para un prototipo de silla de ruedas robotizada. Dicho modelo es el encargado de la determinación de las trayectorias en tiempo real de los grados de libertad actuados del prototipo. Estas trayectorias son importantes para mover el prototipo de forma que se mantenga un movimiento deseable para todo el sistema. El modelo cinemático debe describir el comportamiento del mecanismo, debe incluir todas las posibles configuraciones que pueda tener el prototipo y debe ser simple para poder ser computado de una forma eficiente.

El modelo cinemático obtenido permite describir el comportamiento del mecanismo con suficiente precisión cuando el prototipo se mueve tanto en perfiles sin discontinuidades como en perfiles compuestos por pendientes verticales (escalones). En particular, cuando el perfil está compuesto por escalones, el modelo cinemático tiene la ventaja de que admite soluciones analíticas en las que los cálculos iterativos no son necesarios. Se han realizado experimentos sobre el prototipo real obteniendo pequeños errores entre los resultados de la simulación y los resultados reales, demostrando la validez de los modelos cinemáticos desarrollados.

Se puede concluir comentando que la importancia de la determinación del modelo cinemático correcto es innegable, debido a que es el núcleo en el que se basará el generador de trayectorias para obtener un movimiento adecuado y confortable para el sistema.

## Capítulo 5

# Estrategias de ascenso

### 5.1 Introducción

En el proceso de subida, la configuración del mecanismo debe cambiar cuando la silla de ruedas avanza sobre la escalera. Esta situación implica una buena sincronización y un preciso movimiento de todos los grados de libertad actuados. La selección de la estrategia de subida se convierte en una importante cuestión a resolver porque el movimiento debe ser confortable para el pasajero debido, principalmente, a que las sillas de ruedas suelen transportar personas con algún tipo de discapacidad motora.

Para abordar el problema de la confortabilidad de movimientos, se ha hecho uso de la norma ISO 2631/1, que se encarga de acotar el problema de la evaluación de la tolerancia del cuerpo humano expuesto a vibraciones, así como del problema de la interpretación de los datos existentes. Esta norma se centra principalmente en las vibraciones transmitidas al cuerpo a través de las superficies de apoyo. En el caso concreto de una silla de ruedas, dependiendo de la posición adoptada por el pasajero, las vibraciones pueden ser transmitidas a los pies, el trasero o la espalda.

La medida de la vibración se debe obtener lo más cerca posible del punto de transmisión al cuerpo. Si esto no es posible, se tendrá en cuenta la elasticidad del medio separador en los cálculos de la vibración real transmitida. La intensidad de la vibración se mide como "Raíz Cuadrada Media (r.m.s.)" de la aceleración. Si el factor de pico (cociente entre el máximo y la r.m.s.) es menor que 1 el sistema se encuentra dentro de los intervalos de confort ideales. A partir de un valor de factor de pico mayor que 1 se empieza a producir la pérdida del confort del pasajero. En caso de obtener factores de pico comprendidos entre 1 y 3 el sistema se encuentra trabajando dentro de los valores aceptables de tolerancia a

vibraciones y de confort. Por último, el límite de aparición de daño sobre el pasajero se encuentra para valores de factor de pico mayores que 6 (Pintado, 1994). En los casos en que la vibración tenga componentes según varios ejes, cada uno de los límites se aplica a la componente correspondiente.

La norma ISO proporciona un procedimiento alternativo para tener en cuenta la superposición de frecuencias. Se trata de calcular una nueva aceleración cuadrática media resultado de multiplicar cada una de las r.m.s. por una función de ponderación que tiene en cuenta el grado de molestia que proporcionan las distintas frecuencias.

La restricción de confortabilidad implica que el movimiento de la silla dentro de la escalera no debe exceder las aceleraciones y velocidades máximas permitidas junto con el mantenimiento de la verticalidad del chasis de la silla. Estas restricciones, hacen que los movimientos deban estar compuestos por dos etapas (una de aceleración y la otra de deceleración hasta la parada del sistema), debido a que el proceso de ascenso o descenso de escaleras implica cambios de configuración en la silla de ruedas y en los instantes en que se producen dichos cambios, la silla debe permanecer parada. La figura 5.1 muestra el perfil de velocidad del centro de masas del prototipo durante el movimiento en la escalera.

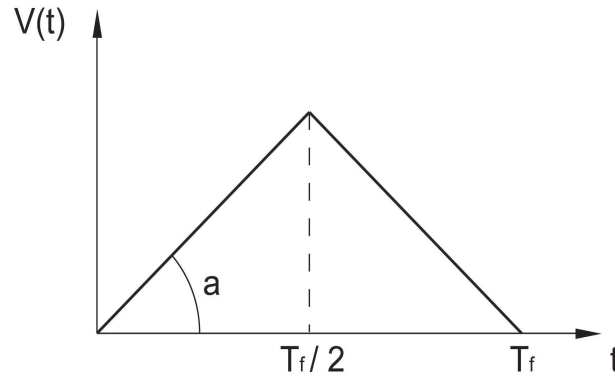


Figura 5.1: Perfil de velocidad en las diferentes etapas del proceso de subida

Por otro lado, la elección de una estrategia de subida adecuada puede influir en factores como el consumo de energía (mayor o menor autonomía), el nivel de confort del paciente en el movimiento sobre la escalera o la utilización de un mayor o menor número de los grados de libertad actuados al realizar el ascenso de la escalera.

En las siguientes secciones, se mostrarán diferentes perfiles de trayectorias en las que el mecanismo consigue subir o bajar escaleras haciendo uso únicamente de un subconjunto de los distintos grados de libertad actuados o aumentar la confortabilidad del paciente en el proceso de subida mediante el aprovechamiento de los grados de libertad adicionales con los

que se ha diseñado la silla.

## 5.2 Trayectoria del chasis de la silla de ruedas formada por la unión de rectas horizontales y rectas con la misma inclinación que los mecanismos de remonte

Esta trayectoria está formada por la unión de líneas rectas horizontales mediante líneas rectas con la misma pendiente de inclinación que los mecanismos de remonte ( $55^\circ$ ). La figura 5.2 muestra la geometría de la trayectoria resultante. Si se impone el seguimiento de esta trayectoria al centro de masas del mecanismo, se logra conseguir una trayectoria confortable para el pasajero manteniendo en todo momento la verticalidad del sistema, pero con la ventaja adicional de que únicamente es necesario el control de un subconjunto de los actuadores que componen la silla de ruedas, permaneciendo el resto de los actuadores en una posición constante. Este hecho provoca una disminución del consumo de potencia, lo que implica que el tiempo de autonomía del sistema se incremente.

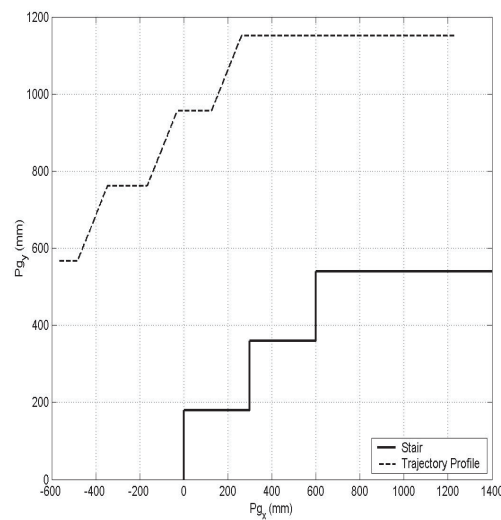
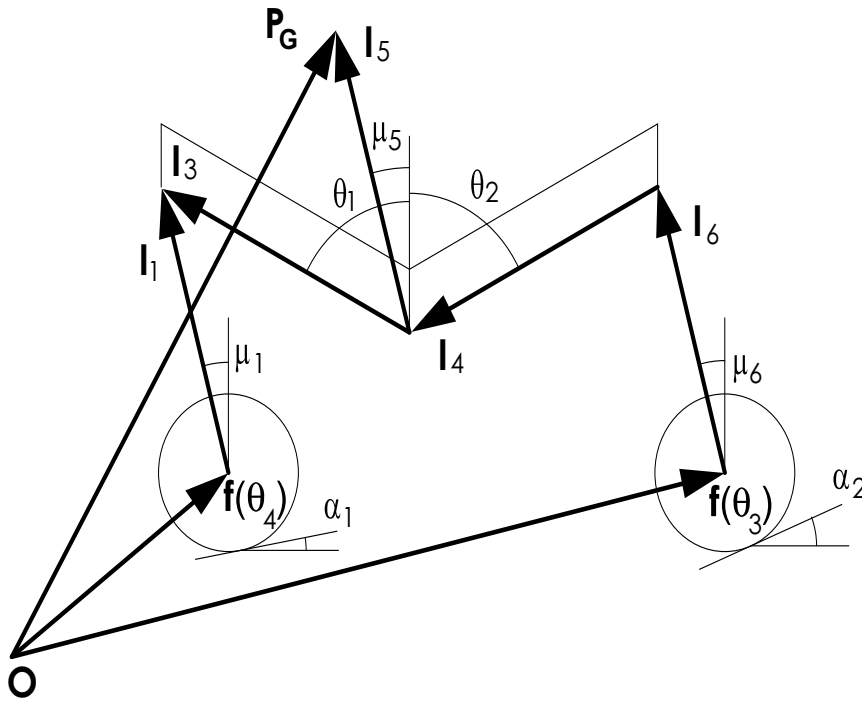


Figura 5.2: Trayectoria seguida por el chasis central en el proceso de subida. Las coordenadas (x, y) están dadas en mm.

En este caso, los trenes T1 y T2 se encuentran en modo rodadura. Las ruedas de cada uno de los trenes están transitando sobre terrenos con pendiente diferente ( $\alpha_1$  para T1 y  $\alpha_2$  para T2) y los ángulos  $\mu_i$  se han definido para buscar la conexión geométrica entre los vectores que componen el esquema cinemático. La figura 5.3 muestra el esquema general resultante para esta configuración, donde se ha modificado ligeramente la notación para obtener una mejor comprensión de los pasos realizados.



A partir de la figura 5.3 se pueden obtener de una forma sencilla las expresiones iniciales que definen la posición actual del centro de masas de la silla de ruedas. El resultado del análisis realizado se presenta a continuación:

$$\mathbf{P}_q = \mathbf{f}(\theta_4) + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} - l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \quad (5.2)$$

Si el mecanismo, situado en la posición actual, realiza un movimiento incremental, la nueva posición en la que se encontraría el centro de masas del sistema se podría expresar mediante las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_g + \Delta \mathbf{P}_g &= \mathbf{f}(\theta_3) + \Delta \mathbf{f}(\theta_3) + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \\ &+ l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} \mathbf{e}^{j(\Delta\gamma - \Delta\theta_2)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_g + \Delta \mathbf{P}_g &= \mathbf{f}(\theta_4) + \Delta \mathbf{f}(\theta_4) + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \\ &- l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} \mathbf{e}^{j(\Delta\gamma + \Delta\theta_1)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Operando con (5.1), (5.2), (5.3) y (5.4), bajo las suposiciones de que el chasis central de la silla no rota ( $\Delta\gamma = 0$ ), la inclinación del chasis de la silla de ruedas con respecto a la vertical es nula ( $\gamma = 0$ ) y la pendiente de inclinación del centro de masas en su movimiento incremental es la misma que la del terreno sobre el que rueda el tren T2 ( $\alpha_2$ ), el resultado obtenido es el que se presenta a continuación:

$$\Delta\theta_2 = 0 \quad (5.5)$$

$$|\Delta \mathbf{f}(\theta_3)| = |\Delta \mathbf{P}_g| \quad (5.6)$$

Por otro lado, al igual que en el caso previo, operando con (5.1), (5.2), (5.3) y (5.4), bajo las suposiciones de que el chasis central de la silla no rota ( $\Delta\gamma = 0$ ), la inclinación del chasis de la silla de ruedas con respecto a la vertical es nula ( $\gamma = 0$ ) y la pendiente de inclinación del centro de masas en su movimiento incremental es la misma que la del terreno sobre el que rueda el tren T1 ( $\alpha_1$ ), se obtienen los siguientes resultados:

$$\Delta\theta_1 = 0 \quad (5.7)$$

$$|\Delta \mathbf{f}(\theta_4)| = |\Delta \mathbf{P}_g| \quad (5.8)$$

A la vista del análisis realizado, se puede observar que si la trayectoria del centro de masas de la silla se mueve con la misma pendiente que la de cualquiera de las pendientes del terreno ( $\alpha_1$  o  $\alpha_2$ ) sobre la que apoya cada uno de los trenes, toda la responsabilidad de la estabi-

lización recae únicamente sobre uno de los actuadores encargados de gobernar el mecanismo de posicionamiento del sistema, mientras que el otro actuador permanece siempre en la misma posición constante. Es importante comentar que el modelo explicado a lo largo de esta sección se puede aplicar tanto al movimiento de la silla de ruedas sobre terrenos con perfiles sin discontinuidades como al movimiento sobre terrenos con perfiles con discontinuidades, teniendo como única restricción la del funcionamiento de ambos trenes en modo rodadura. En el anexo C.1 se muestra la resolución detallada del problema expuesto.

### 5.2.2 Trayectoria del eje central de la silla de ruedas el tren T1 se encuentra en modo rodadura y el tren T2 desplegando el mecanismo de remonte

En este caso el sistema se encuentra en una situación mixta. La situación inicial es presentada en la figura 5.4. Para proponer el estudio de la trayectoria a seguir por parte del eje de la silla de ruedas de una forma más general, se realizará la suposición de que el tren T1 se encuentra rodando sobre un terreno con pendiente  $\alpha_1$  y el tren T2 se mueve con un ángulo de inclinación ( $\mu = \frac{\pi}{2} - \delta$ ). En este caso, la situación se modela mediante las siguientes expresiones:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} - l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \quad (5.9)$$

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) + z_2 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta)} + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} + l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \quad (5.10)$$

Si el mecanismo, situado en la posición actual, se mueve una posición incremental, la nueva posición en la que se encontraría el centro de masas del sistema se podría expresar mediante las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_g + \Delta \mathbf{P}_g &= \mathbf{f}(\theta_4) + \Delta \mathbf{f}(\theta_4) + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \\ &- l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} \mathbf{e}^{j(\Delta\gamma + \Delta\theta_1)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_g + \Delta \mathbf{P}_g &= \mathbf{f}(\theta_3) + (z_2 + \Delta z_2) \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta + \Delta\gamma)} + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \\ &+ l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} \mathbf{e}^{j(\Delta\gamma - \Delta\theta_2)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \end{aligned} \quad (5.12)$$



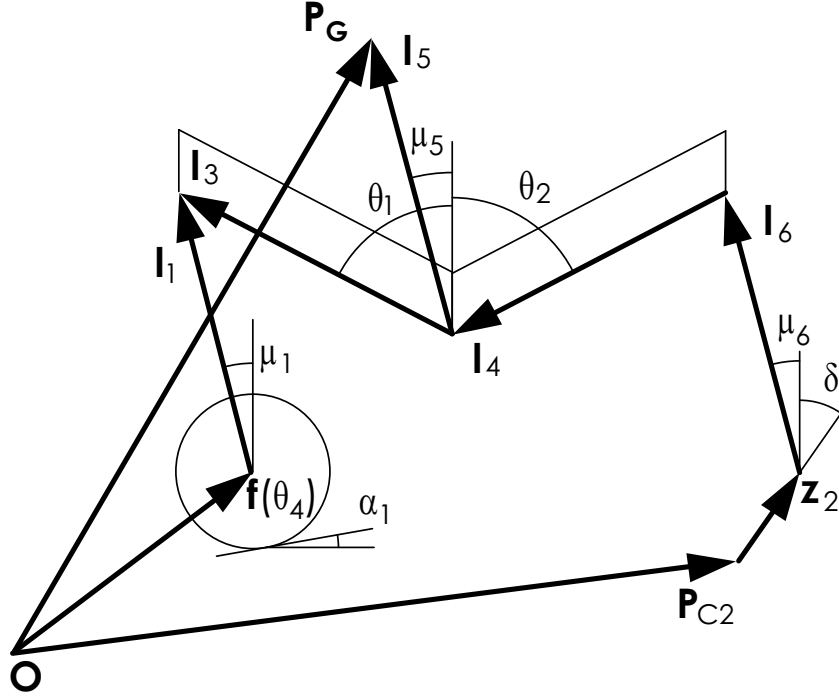


Figura 5.4: Esquema cinemático general con el tren T1 en modo rodadura y el tren T2 desplegando su mecanismo de remonte

Operando con (5.9), (5.10), (5.11) y (5.12), bajo las suposiciones de que el eje de la silla no rota ( $\Delta\gamma = 0$ ), la inclinación del chasis de la silla de ruedas con respecto a la vertical es nula ( $\gamma = 0$ ) y la pendiente de inclinación del centro de masas en su movimiento incremental es la misma que la del terreno sobre el que rueda el tren T1 ( $\alpha_1$ ), se obtienen los siguientes resultados:

$$\Delta\theta_1 = 0 \quad (5.13)$$

$$|\Delta f(\theta_4)| = |\Delta P_g| \quad (5.14)$$

Por otro lado, al igual que en el caso previo, operando con (5.9), (5.10), (5.11) y (5.12), bajo las suposiciones de que el eje de la silla no rota ( $\Delta\gamma = 0$ ), la inclinación del chasis de la silla de ruedas con respecto a la vertical es nula ( $\gamma = 0$ ) y la pendiente de inclinación del centro de masas en su movimiento incremental es la misma que la pendiente de los mecanismos de remonte ( $\mu = \frac{\pi}{2} - \delta$ ), se obtienen los siguientes resultados:

$$\Delta\theta_2 = 0 \quad (5.15)$$

$$\Delta z_2 = |\Delta \mathbf{P}_g| \quad (5.16)$$

A la vista del análisis realizado, se puede observar que el comportamiento del sistema es similar al de la sección 5.2.1, ya que si la trayectoria del centro de masas de la silla se mueve con la misma pendiente que la pendiente del terreno sobre la que apoya el tren T1 ( $\alpha_1$ ) o la del mecanismo de remonte del tren T2 ( $\mu = \frac{\pi}{2} - \gamma$ ), toda la responsabilidad de la estabilización recae únicamente sobre uno de los actuadores encargados de gobernar el mecanismo de posicionamiento del sistema, mientras que el otro actuador permanece siempre en la misma posición constante. En el anexo C.2 se muestra la resolución detallada del problema expuesto.

### 5.2.3 Trayectoria del eje central de la silla de ruedas el tren T2 se encuentra en modo rodadura y el tren T1 desplegando el mecanismo de remonte

En este caso el sistema se encuentra en una situación mixta. La situación inicial es presentada en la figura 5.5. Para proponer el estudio de la trayectoria a seguir por parte del eje de la silla de ruedas de una forma más general, se realizará la suposición de que el tren T2 se encuentra rodando sobre un terreno con inclinación  $\alpha_2$  y el tren T1 se mueve con un ángulo de inclinación ( $\mu = \frac{\pi}{2} - \delta$ ). En este caso, la situación se modela mediante las siguientes expresiones:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} + l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \quad (5.17)$$

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) + z_2 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta)} + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} + l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \quad (5.18)$$

Sí el mecanismo realiza un movimiento incremental desde la posición inicial, la nueva situación puede ser modelada mediante las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_g + \Delta \mathbf{P}_g &= \mathbf{f}(\theta_4) + \Delta \mathbf{f}(\theta_4) + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \\ &- l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} \mathbf{e}^{j(\Delta\gamma + \Delta\theta_1)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \end{aligned} \quad (5.19)$$

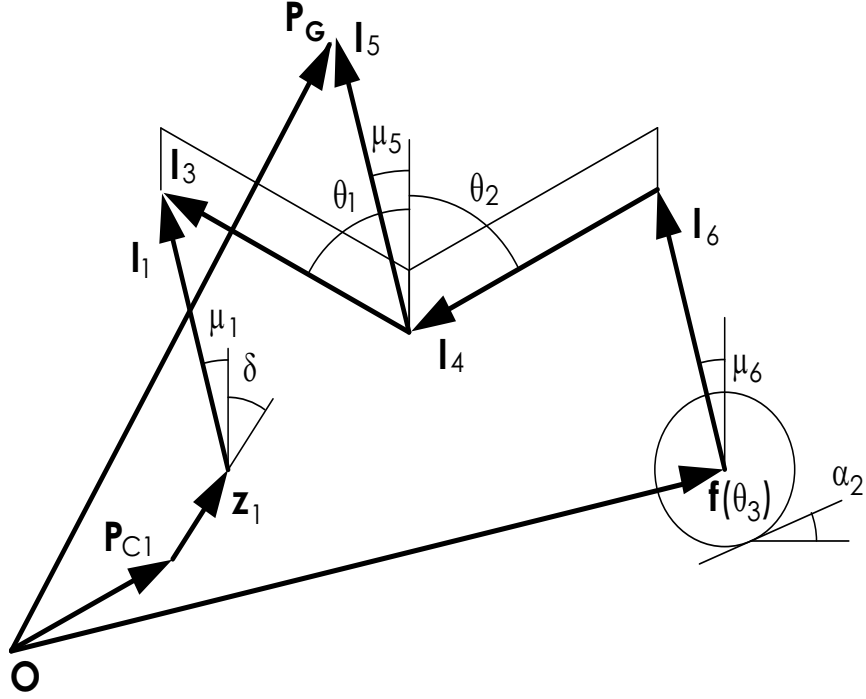


Figura 5.5: Esquema cinemático general con el tren T2 en modo rodadura y el tren T1 desplegando su mecanismo de remonte

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_g + \Delta \mathbf{P}_g &= \mathbf{f}(\theta_4) + (z_1 + \Delta z_1) \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta + \Delta \gamma)} + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta \gamma} \\ &- l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} \mathbf{e}^{j(\Delta \gamma + \Delta \theta_1)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta \gamma} \end{aligned} \quad (5.20)$$

Operando con (5.17), (5.18), (5.19) y (5.20), bajo las suposiciones de que el eje de la silla no rota ( $\Delta \gamma = 0$ ), la inclinación del chasis de la silla de ruedas con respecto a la vertical es nula ( $\gamma = 0$ ) y la pendiente de inclinación del centro de masas en su movimiento incremental es la misma que la del terreno sobre el que rueda el tren T1 ( $\alpha_2$ ), se obtienen los siguientes resultados:

$$\Delta \theta_2 = 0 \quad (5.21)$$

$$|\Delta \mathbf{f}(\theta_3)| = |\Delta \mathbf{P}_g| \quad (5.22)$$

Por otro lado, al igual que en el caso previo, operando con (5.17), (5.18), (5.19) y (5.20), bajo las suposiciones de que el eje de la silla no rota ( $\Delta\gamma = 0$ ), la inclinación del chasis de la silla de ruedas con respecto a la vertical es nula ( $\gamma = 0$ ) y la pendiente de inclinación del centro de masas en su movimiento incremental es la misma que la pendiente de los mecanismos de remonte ( $\mu = \frac{\pi}{2} - \delta$ ), se obtienen los siguientes resultados:

$$\Delta\theta_1 = 0 \quad (5.23)$$

$$\Delta z_1 = |\Delta\mathbf{P}_g| \quad (5.24)$$

De igual forma al resto de los casos anteriores se puede observar que si la trayectoria del centro de masas de la silla se mueve con la misma pendiente que la pendiente del terreno sobre la que apoya el tren T2 ( $\alpha_2$ ) o la del mecanismo de remonte del tren T1 ( $\mu = \frac{\pi}{2} - \gamma$ ), toda la responsabilidad de la estabilización recae únicamente sobre uno de los actuadores encargados de gobernar el mecanismo de posicionamiento del sistema, mientras que el otro actuador permanece siempre en la misma posición constante. En el anexo C.3 se muestra la resolución detallada del problema expuesto.

#### 5.2.4 Trayectoria del chasis de la silla de ruedas con la misma pendiente que la pendiente de subida de los mecanismos de remonte

En este caso, los trenes T1 y T2 se encuentran desplegando sus correspondientes mecanismos de remonte. La pendiente de subida con la que ascienden ambos mecanismos de remonte es ( $\mu = \frac{\pi}{2} - \delta$ ). La figura 5.6 ilustra el esquema resultante para esta configuración. Operando de igual forma que en las secciones anteriores, se determinan las expresiones que definen la posición del centro de masas del sistema y cuyo resultado se muestra a continuación:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) + z_2 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta)} + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} + l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \quad (5.25)$$

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + z_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta)} + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} - l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \quad (5.26)$$

Si el mecanismo, situado en la posición actual, se mueve una posición incremental, la nueva posición en la que se encontraría el centro de masas del sistema se podría expresar mediante las siguientes ecuaciones:

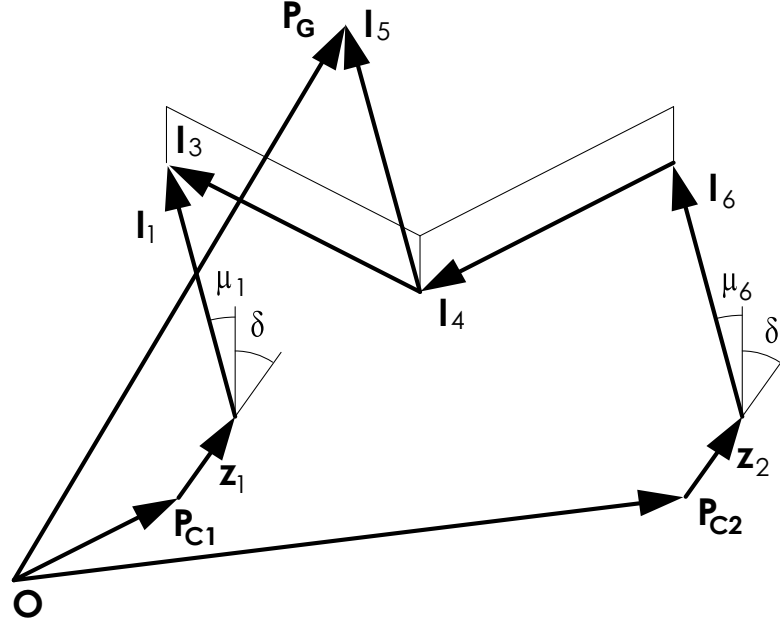


Figura 5.6: Esquema cinemático general para la silla de ruedas cuando los trenes T1 y T2 de la silla de ruedas despliegan sus mecanismos de remonte

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_g + \Delta \mathbf{P}_g &= \mathbf{f}(\theta_3) + (z_2 + \Delta z_2) \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta + \Delta \gamma)} + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} \mathbf{e}^{j\Delta \gamma} \\ &+ l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} \mathbf{e}^{j(\Delta \gamma - \Delta \theta_2)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta \gamma} \end{aligned} \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_g + \Delta \mathbf{P}_g &= \mathbf{f}(\theta_4) + (z_1 + \Delta z_1) \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta + \Delta \gamma)} + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta \gamma} \\ &- l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} \mathbf{e}^{j(\Delta \gamma + \Delta \theta_1)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta \gamma} \end{aligned} \quad (5.28)$$

Operando con (5.25), (5.26), (5.27) y (5.28), bajo las suposiciones de que el eje de la silla no rota ( $\Delta \gamma = 0$ ), la inclinación del chasis de la silla de ruedas con respecto a la vertical es nula ( $\gamma = 0$ ) y la pendiente de inclinación del centro de masas en su movimiento incremental es la misma que la pendiente de los mecanismos de remonte ( $\beta = \mu$ ), se obtienen los siguientes resultados:

$$\Delta \theta_1 = \Delta \theta_2 = 0 \quad (5.29)$$

$$\Delta \mathbf{z}_1 = \Delta \mathbf{z}_2 = |\Delta \mathbf{P}_g| \quad (5.30)$$

Los resultados en este caso muestran que los actuadores del mecanismo de estabilización se mantienen en una posición constante durante todo el proceso de subida, mientras que los actuadores encargados del despliegue de los mecanismos de remonte se mueven con la misma velocidad. En el anexo C.4 se muestra una completa resolución del problema.

### 5.3 Trayectoria del chasis de la silla de ruedas formada por la unión de dos arcos de circunferencia y una línea recta con la misma pendiente de inclinación que la escalera.

En este caso, la trayectoria diseñada para el chasis se obtiene mediante la unión de dos arcos de circunferencia y una línea recta con la misma pendiente de inclinación que la escalera. El objetivo de esta nueva trayectoria es la de obtener una mayor confortabilidad para el pasajero. La figura 5.7 muestra la trayectoria resultante que será impuesta al centro de masas del sistema. Esta estrategia lleva consigo un movimiento coordinado de los actuadores encargados de gobernar los grados de libertad del mecanismo de posicionamiento de la silla de ruedas ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ).

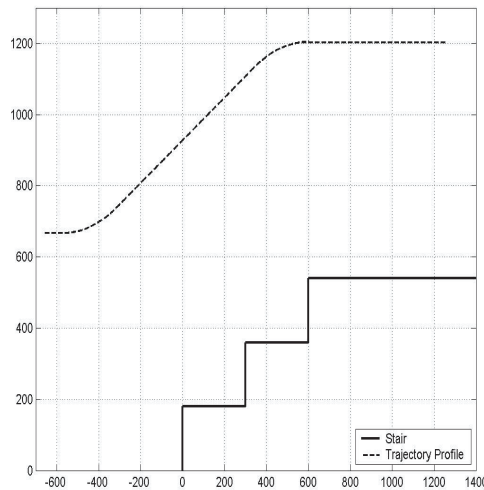


Figura 5.7: Trayectoria seguida por el chasis central en el proceso de subida. Las coordenadas (x, y) están dadas en mm.

### 5.3. Trayectoria del chasis de la silla de ruedas formada por la unión de dos arcos de circunferencia y una línea recta con la misma pendiente de inclinación que la escalera

En esta trayectoria se tienen restricciones adicionales que permiten el cálculo del radio de curvatura,  $R$ , de la circunferencia. La figura 5.8 muestra los parámetros geométricos de la trayectorias diseñada. Asumiendo que la velocidad del centro de masas en  $t = T_1$  (donde  $T_1$  es el instante en el que el centro de masas se encuentra justo en el punto de empalme de la recta con la circunferencia) es la máxima permisible,  $V_{max}$ , entonces las condiciones de aceleración tangencial  $a$ , radio de curvatura  $R$  y tiempo  $T_1$  para obtener  $V_{max}$  son:

$$a = \frac{a_{max}}{\sqrt{1 + (2\xi)^2}} \quad (5.31)$$

$$R = \frac{V_{max}^2}{2\xi a} \quad (5.32)$$

$$T_1 = \sqrt{\frac{2R\xi}{a}} \quad (5.33)$$

donde  $\xi$  es el ángulo de inclinación de la escalera.

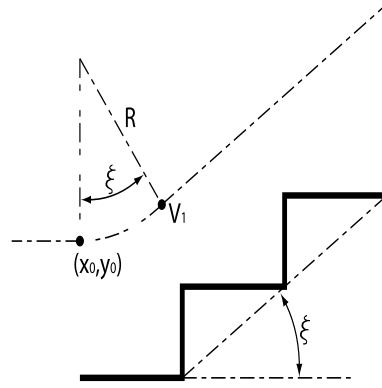


Figura 5.8: Geometría de la trayectoria diseñada en la unión del arco con la recta.

Asumiendo además que la velocidad es  $V = a \cdot t$  en el intervalo  $(0, T_1)$ , donde  $a$  es la aceleración tangencial, la trayectoria seguida por el centro de masas y sus correspondientes derivadas vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$Re [P_g(t)] = Re [P_{g0}] + R \sin \left[ \frac{a}{2R} t^2 \right] \quad (5.34)$$

$$Im [P_g(t)] = Im [P_{g0}] + R - \cos \left[ \frac{a}{2R} t^2 \right] \quad (5.35)$$

$$Re \left[ \dot{P}_g(t) \right] = a \cdot t \cos \left[ \frac{a}{2R} t^2 \right] \quad (5.36)$$

$$Re \left[ \dot{P}_g(t) \right] = a \cdot t \sin \left[ \frac{a}{2R} t^2 \right] \quad (5.37)$$

$$\left[ \ddot{P}_g(t) \right] = a \cos \left[ \frac{a}{2R} t^2 \right] - \frac{a^2 t^2}{R} \sin \left[ \frac{a}{2R} t^2 \right] \quad (5.38)$$

$$\left[ \ddot{P}_g(t) \right] = a \sin \left[ \frac{a}{2R} t^2 \right] - \frac{a^2 t^2}{R} \cos \left[ \frac{a}{2R} t^2 \right] \quad (5.39)$$

Más información sobre la obtención de este modelo se encontrará en anexo C.4.

## 5.4 Validación experimental de las estrategias de ascenso

Como se comentó anteriormente en el capítulo 2, el prototipo desarrollado posee grados de libertad adicionales que permiten diferentes estrategias de movimiento, diferentes estrategias de control y una gran capacidad de adaptación al entorno. Estas propiedades dotan al sistema de una gran versatilidad, ya que se pueden diseñar diferentes tipos de trayectorias confortables para el pasajero, con aceleraciones y velocidades de movimiento dentro de los márgenes de confortabilidad manteniendo una inclinación con respecto a la vertical prácticamente nula, y sin importar la altura del obstáculo a superar (siempre que sus dimensiones se encuentren dentro de las dimensiones estándar de edificación). A continuación, se mostrará el comportamiento del prototipo real cuando es sometido a diferentes tipos de trayectoria de subida para el centro de masas y cuando afronta obstáculos de diferentes alturas. Es importante resaltar que en todos los ensayos experimentales realizados a lo largo de este capítulo se ha simulado la trayectoria del centro de masas del sistema teniendo en cuenta las condiciones de confortabilidad del pasajero y se han obtenido las trayectorias que controlan los ángulos de los motores encargados de mover la silla de ruedas. Las trayectorias obtenidas mediante simulación se han introducido en el sistema y posteriormente, se han recogido una serie de datos que mostrarán el movimiento real del mecanismo.

### 5.4.1 Capacidad de adaptación al entorno del prototipo

En esta sección se estudiará el comportamiento del prototipo cuando afronta obstáculos de diferentes alturas teniendo en cuenta los desarrollos teóricos mostrados en la sección 5.2 (Morales R., 2006a). En los experimentos se realizarán trayectorias confortables para el



pasajero, con aceleraciones y velocidades de movimiento dentro de los márgenes de confortabilidad y manteniendo una inclinación con respecto a la vertical prácticamente nula.

En los experimentos realizados para esta sección, se desea enfatizar la gran capacidad de adaptación que posee el prototipo cuando afronta obstáculos de diferentes alturas. Estos experimentos consisten en la subida de escalones de diferentes alturas por parte de uno de los mecanismos de remonte, manteniendo la confortabilidad del pasajero y la verticalidad de la silla. Se han utilizado cuatro tipos diferentes de escalones cuyas alturas son 180, 150, 120 y 90 mm. Además, los experimentos se han realizado imponiendo trayectorias diferentes para el centro de masas para resaltar que los grados de libertad adicionales permiten realizar la subida de escalones de diferentes alturas independientemente de la trayectoria diseñada para el centro de masas, tarea de la que se encarga el mecanismo de estabilización del prototipo (ver sección 9.2).

Las trayectorias utilizadas en los ensayos han sido trayectorias compuestas por la unión de líneas horizontales con una línea cuyo ángulo de inclinación con respecto a la horizontal es de  $55^\circ$  (misma pendiente que los mecanismos de remonte) para el primero de los experimentos y la unión de líneas horizontales con una línea cuyo ángulo de inclinación con respecto a la horizontal es de  $65^\circ$  para el segundo experimento. La figura 5.9 muestra los perfiles de trayectorias usados.

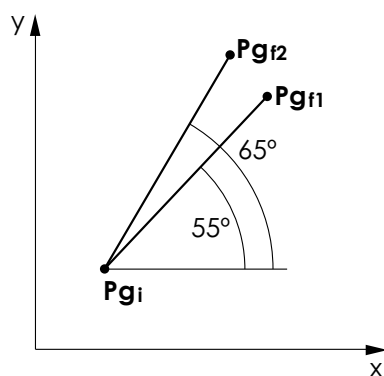


Figura 5.9: Trayectorias impuestas al centro de masas del sistema para los experimentos

### Experimento 1

La figura 5.10 muestra las trayectorias de los ángulos que forman el mecanismo de estabilización de la silla de ruedas ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ) cuando la silla de ruedas asciende un escalón de diferentes alturas con una pendiente de subida para el centro de masas con la misma

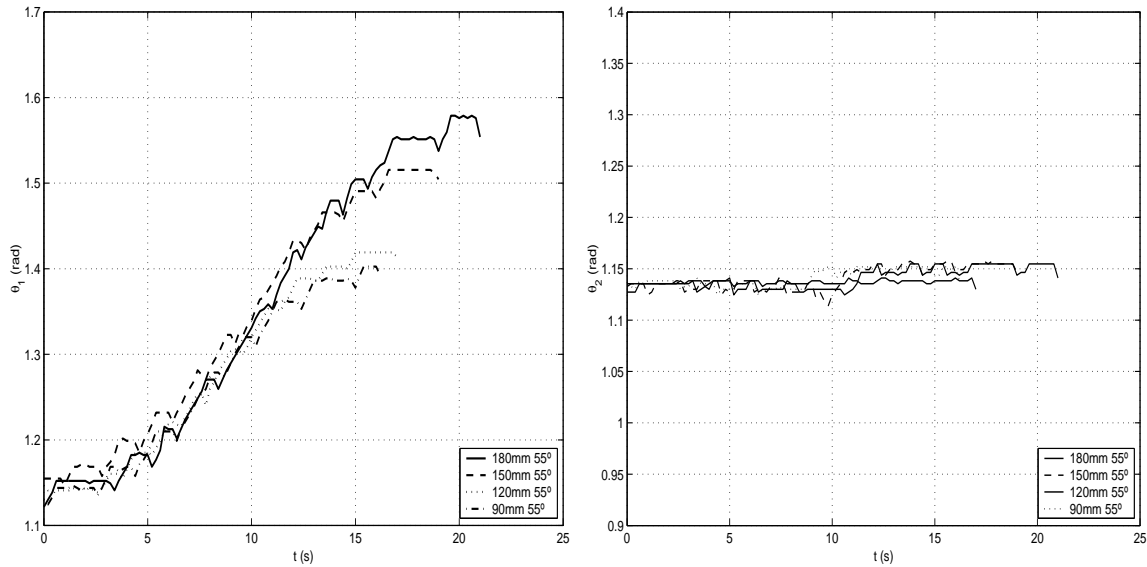


Figura 5.10: (a) Evolución del ángulo ( $\theta_1$ ) del tren T1 del mecanismo de estabilización para el experimento 1; (b) Evolución del ángulo ( $\theta_2$ ) del tren T2 del mecanismo de estabilización para el experimento 1

inclinación que el mecanismo de remonte ( $55^\circ$ ).

Como se puede observar en los datos recogidos en la figura 5.10a, el ángulo recorrido por el tren T1 ( $\theta_1$ ) se incrementa cuanto mayor es la altura del escalón. Por otro lado, en la figura 5.10b también se puede observar que el ángulo del tren T2 ( $\theta_2$ ) permanece constante en todos estos experimentos. Ambas figuras demuestran que en estos ensayos toda la responsabilidad del proceso de subida y el mantenimiento de la verticalidad de la silla de ruedas es soportada por el actuador conectado al tren T1. Por otro lado, la figura 5.11a muestra la evolución del mecanismo de remonte del tren T2 ( $z_2$ ) y la figura 5.11b el ángulo de inclinación ( $\gamma$ ) con respecto a la vertical en la subida de los diferentes escalones. Como era de esperar, el recorrido necesario para superar el escalón por parte del mecanismo de remonte aumenta cuanto mayor es la altura del obstáculo a sobrepasar. También se puede observar que en todo el proceso de la subida de los escalones, la verticalidad de la silla se ha mantenido dentro de los rangos de inclinación aceptables (se ha mantenido dentro del intervalo  $\pm 6^\circ$  ( $\pm 0,105rad$ )).

## Experimento 2

Las figuras 5.12a y 5.12b muestran las trayectorias de los ángulos que forman el mecanismo de estabilización de la silla de ruedas ( $\theta_1$  y  $\theta_2$  respectivamente) cuando la silla de ruedas asciende un escalón de diferentes alturas con una pendiente de subida para el centro de

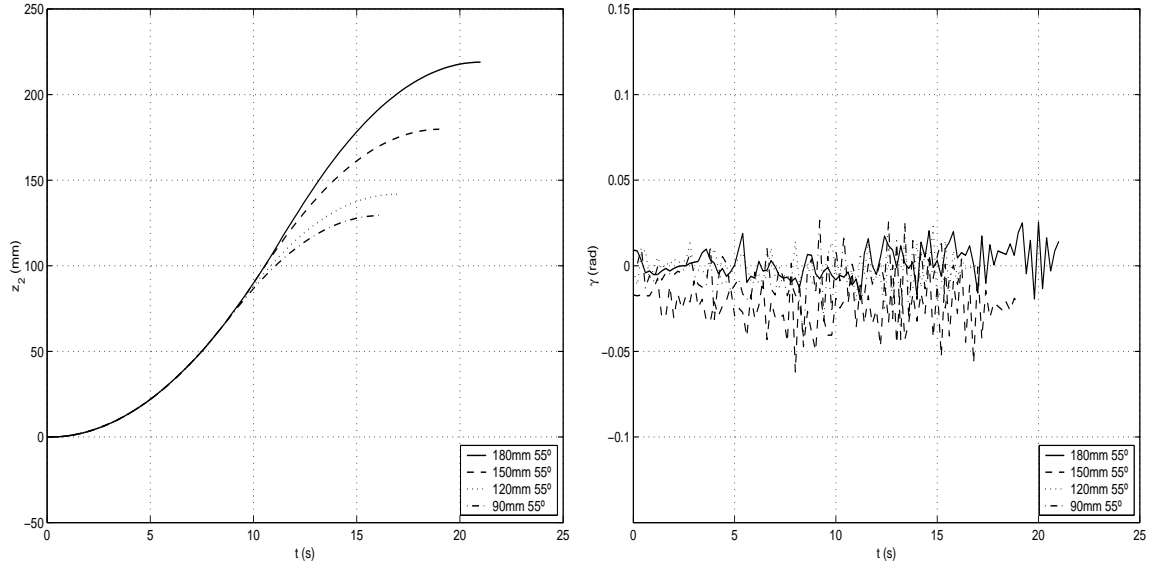


Figura 5.11: (a) Evolución del mecanismo de remonte del tren T2 ( $z_2$ ) para el experimento 1; (b) Evolución del ángulo de inclinación de la silla ( $\gamma$ ) para el experimento 1.

masas con una inclinación de  $65^\circ$ .

A partir de los datos obtenidos en los ensayos se puede observar que, en este caso, los ángulos que forman el mecanismo de estabilización ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ) incrementan su recorrido cuanto mayor es la altura del obstáculo a superar. La principal diferencia con el experimento anterior es que la responsabilidad de la estabilización de la silla de ruedas durante el ascenso del escalón recae simultáneamente sobre los dos actuadores del mecanismo de estabilización, mientras que en el caso anterior la responsabilidad recaía sobre el tren denominado como T1.

La figura 5.13a ilustra la evolución del mecanismo de remonte del tren T2 ( $z_2$ ) y la figura 5.13b el ángulo de inclinación ( $\gamma$ ) con respecto a la vertical en la subida de los diferentes escalones. Al igual que ocurría en el experimento anterior, el recorrido necesario para superar el escalón por parte del mecanismo de remonte aumenta cuanto mayor es la altura del obstáculo a sobrepasar. También se puede observar que en todos los procesos de subida del escalón la verticalidad de la silla se ha mantenido dentro de los rangos de inclinación aceptables (se ha mantenido dentro del intervalo  $\pm 6^\circ$  ( $\pm 0,105rad$ ), aunque las desviaciones con respecto a la vertical son mayores que las obtenidas para el experimento anterior.

Finalmente, la figura 5.14 muestra un ejemplo de las trayectorias espaciales experimentales del centro de masas de la silla de ruedas durante la subida de un escalón de 180 mm comparadas con las de referencia. El resto de las trayectorias espaciales de los demás experimentos son similares a las mostradas en dicha figura.

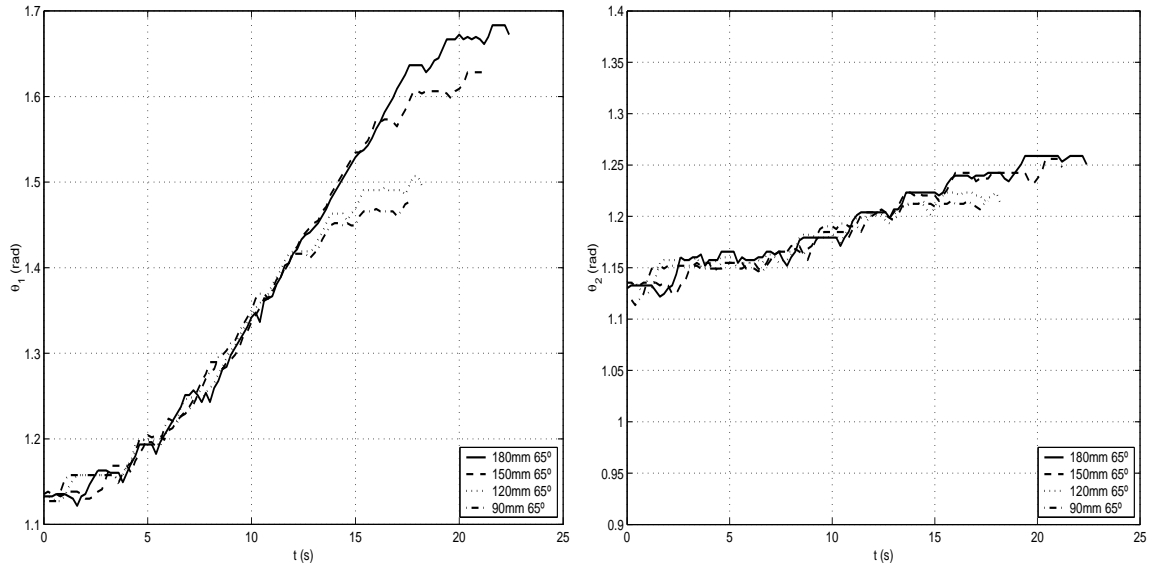


Figura 5.12: (a) Evolución del ángulo ( $\theta_1$ ) del tren T1 del mecanismo de estabilización para el experimento 2; (b) Evolución del ángulo ( $\theta_2$ ) del tren T2 del mecanismo de estabilización para el experimento 2

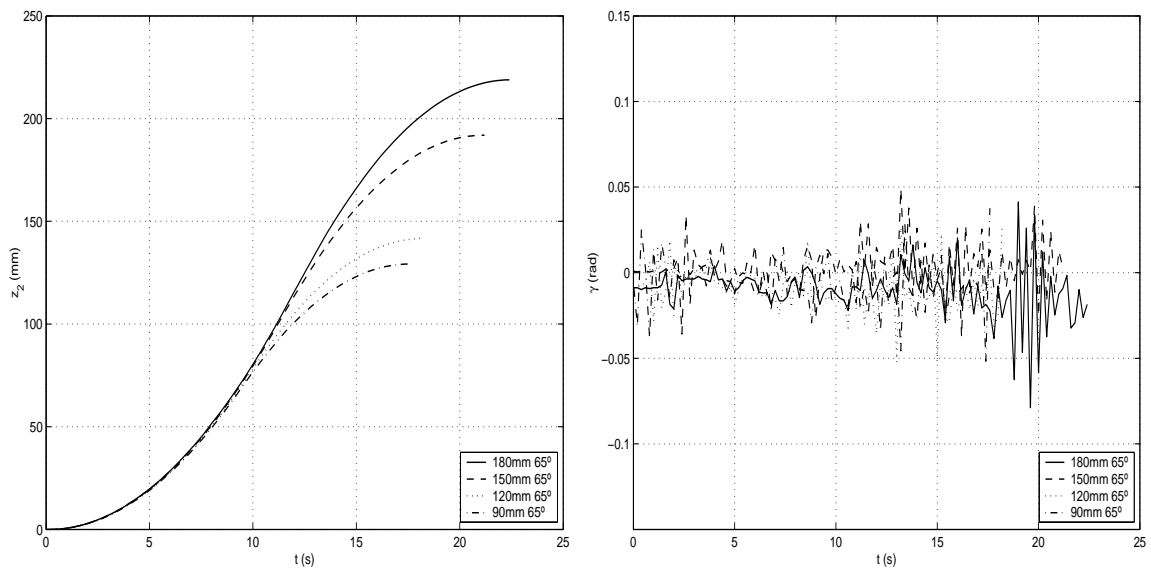


Figura 5.13: (a) Evolución del mecanismo de remonte del tren T2 ( $z_2$ ) para el experimento 2; (b) Evolución del ángulo de inclinación de la silla ( $\gamma$ ) para el experimento 2.

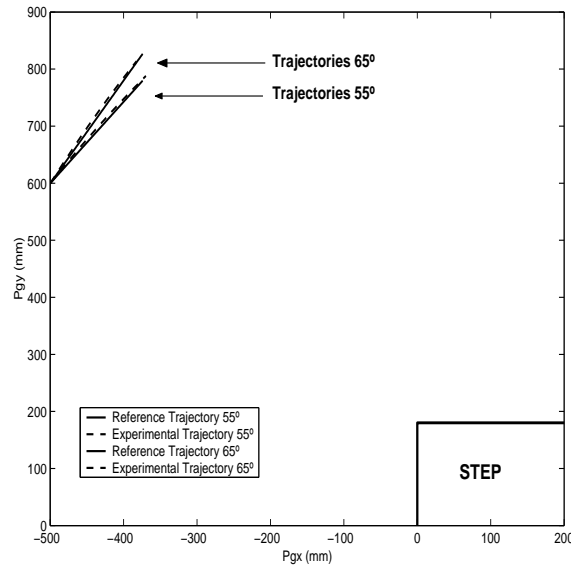


Figura 5.14: Trayectorias espaciales de referencia y experimentales para el centro de masas de la silla de ruedas durante la subida de un escalón de 180 mm.

#### 5.4.2 Comportamiento del prototipo ante diferentes tipos de trayectorias

En esta subsección, se realizará un estudio del comportamiento del prototipo cuando se impone al centro de masas las trayectorias descritas en la sección 5.3 (Morales R., 2006b). Las figuras 5.2 y 5.7 muestran los dos tipos de trayectorias usados en los ensayos. Con el fin de no repetir el mismo desarrollo expuesto en la sección de verificación del modelo cinemático, esta sección se centrará en mostrar el comportamiento de la silla de ruedas en la parte inicial de la trayectoria de subida, ya que es donde se producen la mayor parte de las diferencias entre los esquemas de estrategia de subida.

Las figuras 5.15 y 5.16 muestran la evolución de los ángulos de los mecanismos de posicionamiento obtenidos al aplicarle al centro de masas los dos diferentes tipos de trayectorias. Como se demostró en el capítulo 4, el utilizar una pendiente de ascenso para el centro de masas con la misma inclinación que la de los mecanismos de remonte permite realizar el proceso de subida y bajada de escaleras haciendo uso únicamente de un subconjunto de los grados de libertad de la silla, manteniendo el resto en una posición constante. Estos resultados quedan validados observando el dibujo izquierdo de la figura 5.16 en la que el ángulo  $\theta_2$  encargado del movimiento de posicionamiento del tren T2 permanece constante durante todo el proceso, recayendo todo el proceso de estabilización sobre el actuador encargado del movimiento del tren T1.

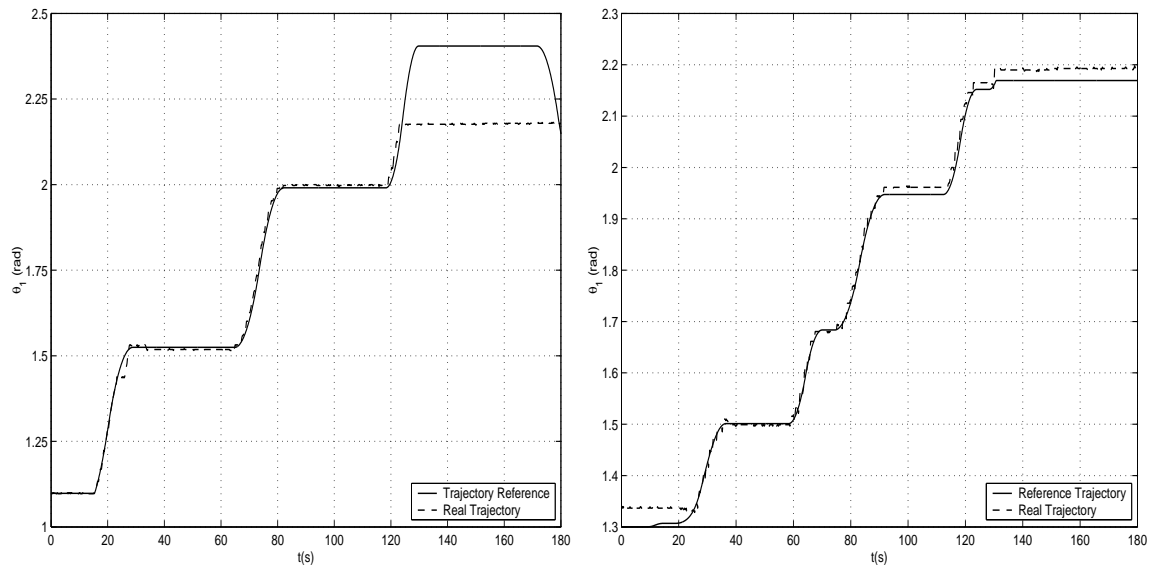


Figura 5.15: (a) Evolución del ángulo  $\theta_1$  del tren T1 para la trayectoria recta; (b) Evolución del ángulo  $\theta_1$  del tren T1 para la trayectoria curva

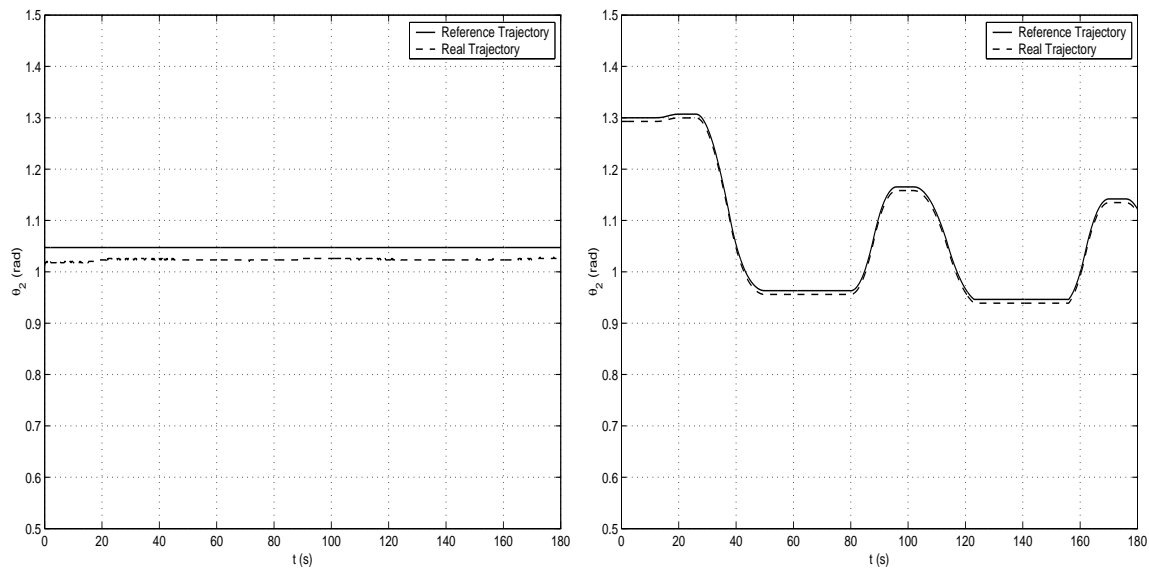


Figura 5.16: (a) Evolución del ángulo  $\theta_2$  del tren T2 para la trayectoria recta; (b) Evolución del ángulo  $\theta_2$  del tren T2 para la trayectoria curva

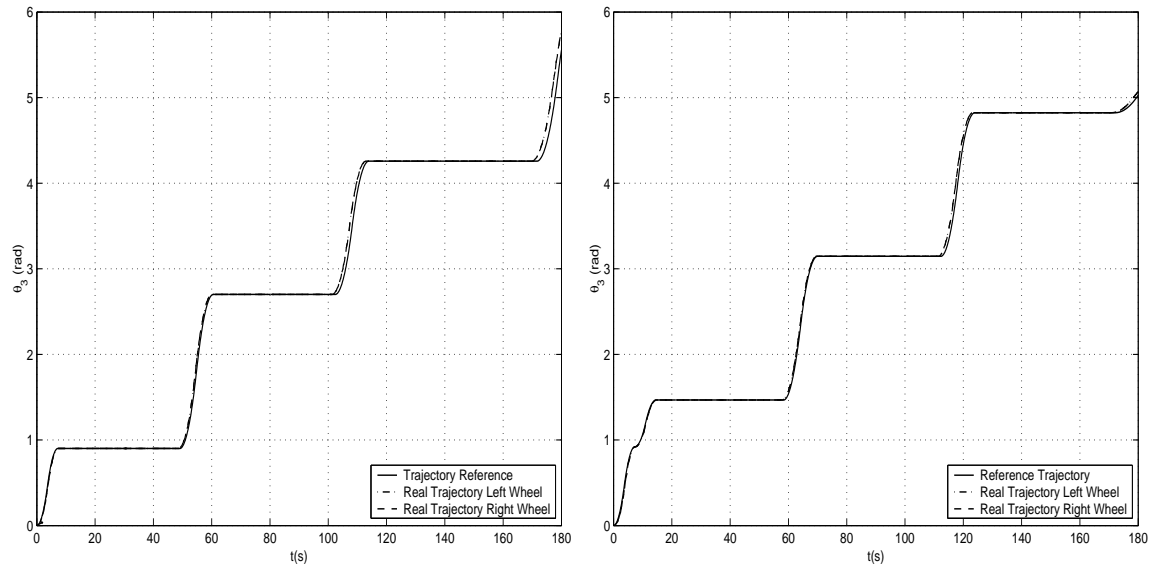


Figura 5.17: (a) Evolución del ángulo  $\theta_3$  de las ruedas motrices del prototipo para la trayectoria recta; (b) Evolución del ángulo  $\theta_3$  de las ruedas motrices del prototipo para la trayectoria curva

Además, se puede observar que para poder aplicar la estrategia de ascenso compuesta por arcos de circunferencia es necesario un movimiento coordinado de todos los actuadores que componen la silla de ruedas. En particular, se puede observar en la figura 5.16b que el ángulo  $\theta_2$  correspondiente al posicionamiento del tren T2 ahora no permanece constante, recayendo la responsabilidad de la estabilización del sistema de una forma conjunta sobre los dos actuadores que componen el sistema de posicionamiento.

Por otro lado, los resultados experimentales obtenidos para la evolución de los ángulos de las ruedas motrices (figura 5.17) y de los mecanismos de remonte de los trenes T1 y T2 (figuras 5.18 y 5.19) en ambas trayectorias muestran que son prácticamente iguales. Este hecho viene a demostrar el cumplimiento de la separación mecánica de los problemas de remonte y posicionamiento en el proceso de subida de escaleras explicado en el capítulo 2. A partir de estos resultados se puede ver que los mecanismos de remonte del sistema se encargan únicamente de la superación de los escalones, dejando la responsabilidad del seguimiento de trayectorias y de la estrategia de subida al mecanismo de posicionamiento.

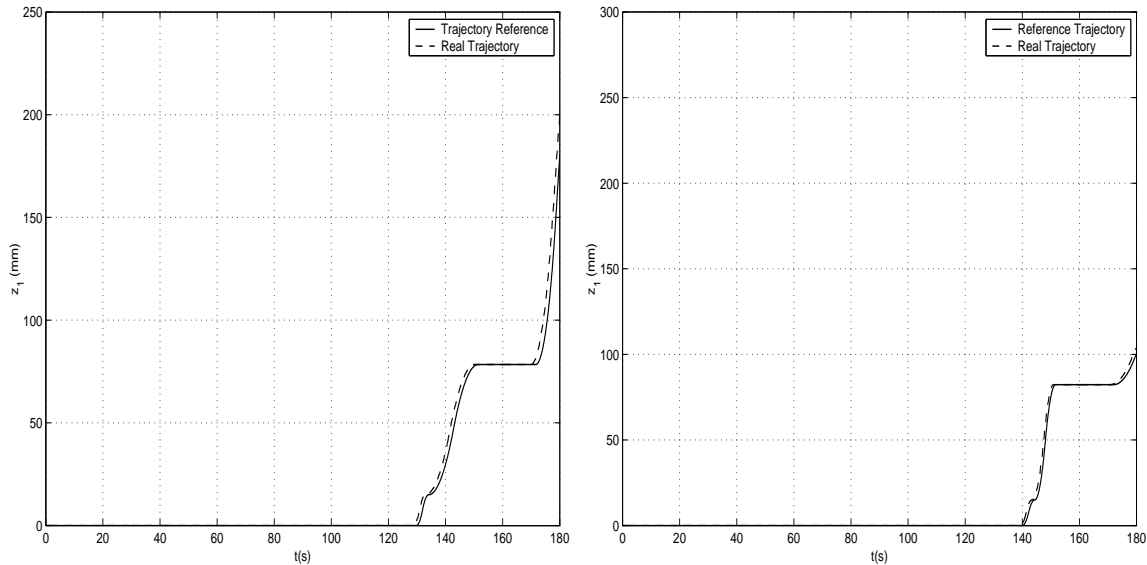


Figura 5.18: (a) Evolución del mecanismo de remonte  $z_1$  del tren T1 para la trayectoria recta; (b) Evolución del mecanismo de remonte  $z_1$  del tren T1 para la trayectoria curva

Las figuras 5.20 y 5.21 muestran la evolución de la inclinación de la silla de ruedas y la evolución la trayectoria seguida por el centro de masas en ambos tipos de trayectorias. Se puede observar que el seguimiento de trayectorias en ambos ensayos se cumple con una muy buena aproximación. Además, también se puede observar que en las dos estrategias de ascenso la inclinación de la silla de ruedas se encuentra en torno a valores muy cercanos a la inclinación nula.

Por otro lado, para hacer un estudio comparativo de la confortabilidad del sistema, se ha obtenido a partir de la norma ISO 2631/1 que el valor de intensidad de la vibración (r.m.s.) para bajas frecuencias (en las que el sistema trabaja) está en torno a  $2,5 \text{ m/s}^2$ . En las figuras 5.22 y 5.23 se muestran los valores de la evolución de la aceleración y del factor de pico (cociente entre el máximo y la r.m.s.) en ambas trayectorias donde se puede observar que la evolución de ambas trayectorias se encuentra dentro de los límites impuestos por la restricción de confortabilidad (factor de pico menor que 3).

A la vista de los resultados, se puede comprobar que las dos trayectorias son confortables para el paciente, al haberse hecho énfasis en el mantenimiento de la verticalidad y en no exceder los valores máximos de aceleraciones de confort. Además, se puede ver que los valores del factor de pico para la trayectoria recta (figura 5.23a) son mayores que los valores para la trayectoria curva (figura 5.23b), con lo que se demuestra que aunque las dos trayectorias son confortables para el pasajero, la trayectoria curva aporta una mayor confortabilidad. Sin



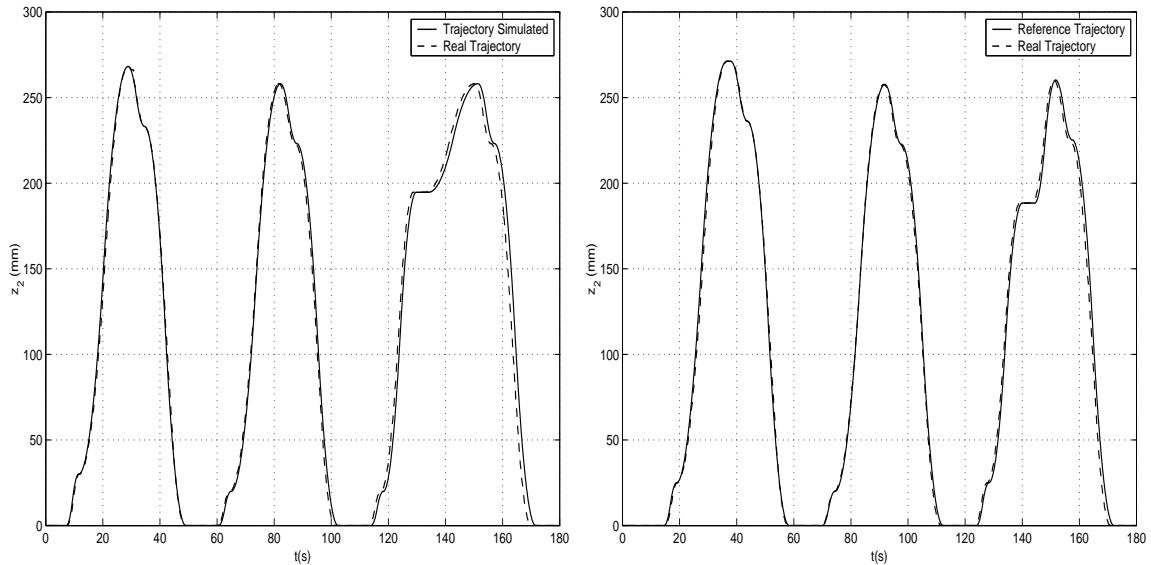


Figura 5.19: (a) Evolución del mecanismo de remonte  $z_2$  del tren T2 para la trayectoria recta; (b) Evolución del mecanismo de remonte  $z_2$  del tren T2 para la trayectoria curva

embargo, la trayectoria compuesta por curvas lleva consigo la necesidad de un movimiento coordinado de todos los actuadores del sistema y por tanto, una mayor demanda de control. En cambio, la trayectoria formada por tramos rectos requiere de un control mucho más simple al recaer todo el proceso de estabilización del sistema sobre uno solo de los actuadores que forman el mecanismo de posicionamiento.

Finalmente, otro importante resultado obtenido a partir de los resultados experimentales es que más del 50% del tiempo invertido en el proceso de subida de escaleras el mecanismo debe estar parado debido a los cambios de configuración del mecanismo y al cumplimiento de las restricciones de confort. Este hecho hace que se estudien nuevas formas de generación de trayectorias que minimicen esos tiempos muertos, como se expondrá en el siguiente capítulo.

## 5.5 Resumen

En este capítulo se ha hecho énfasis en el problema del diseño de trayectorias. Las trayectorias diseñadas se han realizado con el fin de garantizar en todo momento el confort del pasajero, manteniendo el centro de masas en posición vertical y no sobrepasando unas velocidades y aceleraciones máximas.

Cuando se imponen al sistema trayectorias con la misma pendiente que la de los mecanismos de remonte, se puede observar que toda la responsabilidad del posicionamiento y la

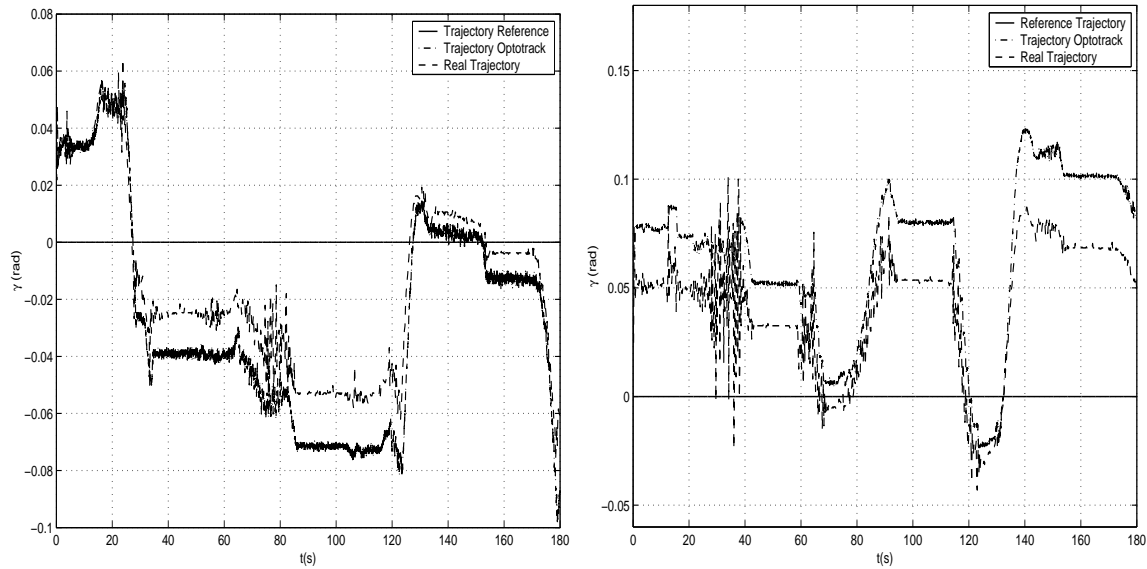


Figura 5.20: (a) Evolución de la inclinación del mecanismo  $\gamma$  con respecto a la vertical para la trayectoria recta; (b) Evolución de la inclinación del mecanismo  $\gamma$  con respecto a la vertical para la trayectoria curva

estabilización de la silla recae únicamente sobre uno de los dos actuadores, permaneciendo el otro en una posición constante, con lo que se simplifica enormemente el control. Por otro lado, cuando se impone al sistema cualquier otro tipo de trayectoria, el sistema hace uso de sus grados de libertad adicionales para lograr un posicionamiento correcto del sistema, lo que demuestra la mayor libertad en la realización del diseño de trayectorias. En particular, se ha diseñado una trayectoria mucho mas confortable para el paciente a costa de una mayor dificultad en el control y un mayor consumo de potencia. Finalmente, se ha realizado la validación experimental de los desarrollos expuestos a lo largo del capítulo sobre el prototipo experimental, obteniéndose una muy buena aproximación entre los resultados teóricos y los experimentales.

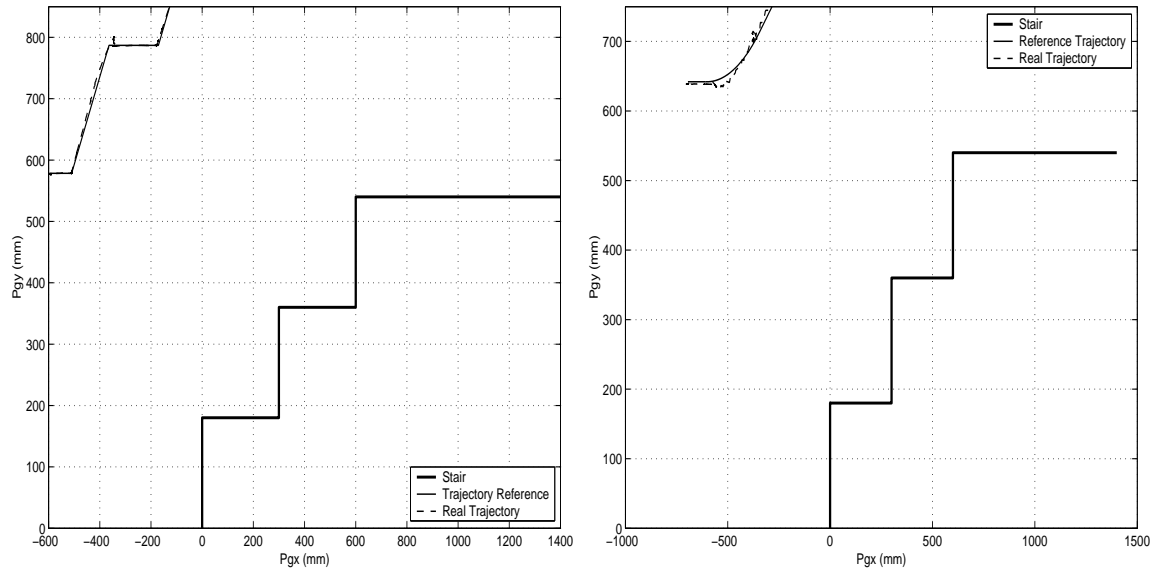


Figura 5.21: (a) Evolución de la trayectoria del centro de masas del mecanismo  $\gamma$  con respecto a la vertical para la trayectoria recta; (b) Evolución de la trayectoria del centro de masas del mecanismo  $\gamma$  con respecto a la vertical para la trayectoria curva

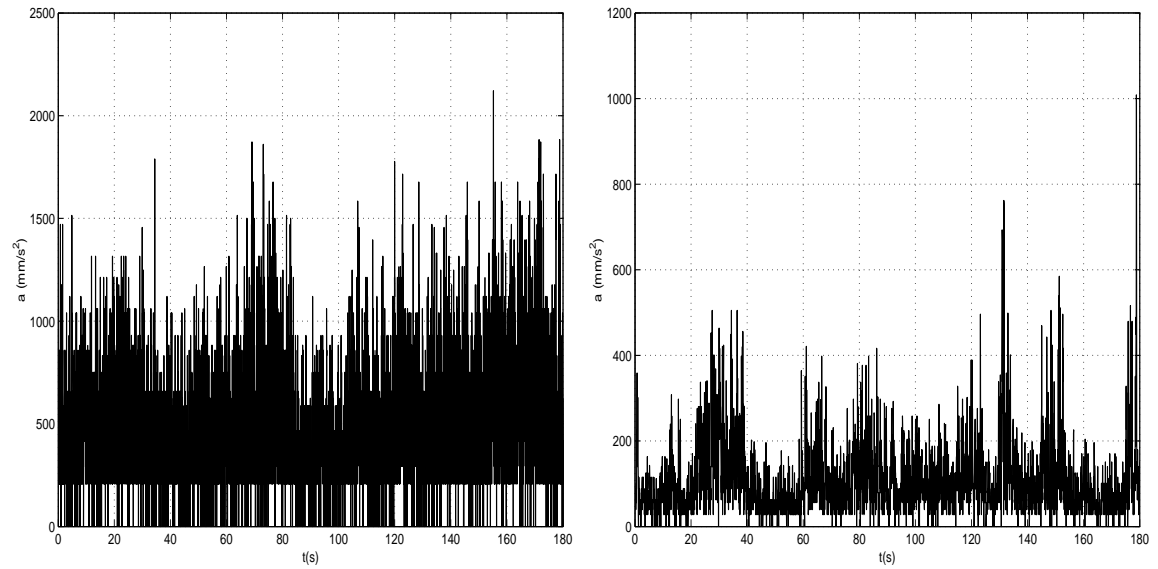


Figura 5.22: (a) Evolución del módulo de la aceleración del centro de masas del mecanismo para la trayectoria recta; (b) Evolución del módulo de la aceleración del centro de masas del mecanismo para la trayectoria curva

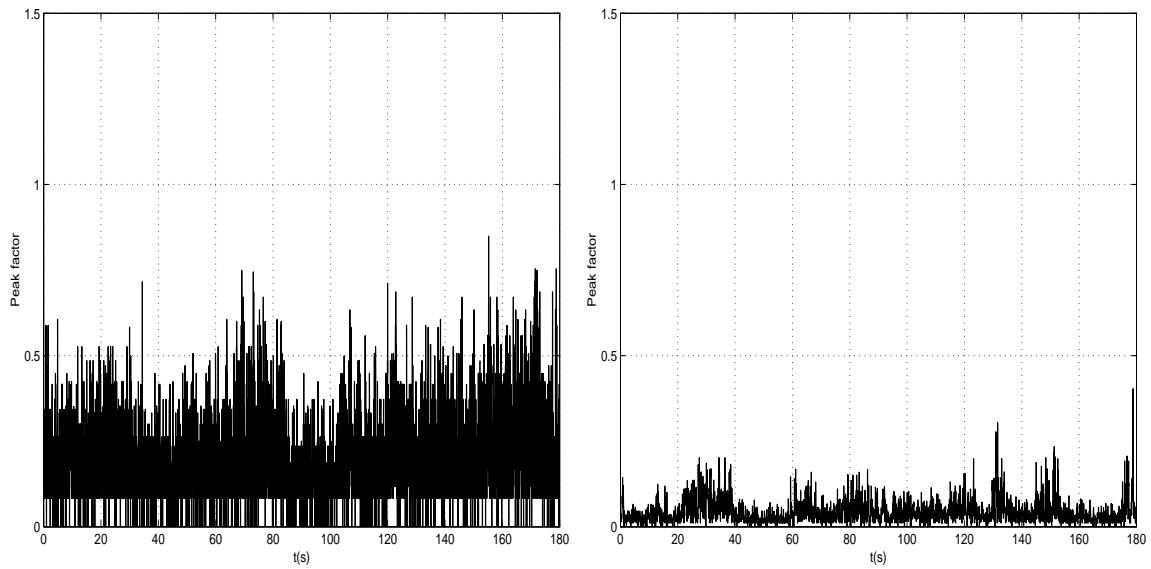


Figura 5.23: (a) Evolución del factor de pico para la trayectoria recta; (b) Evolución del factor de pico para la trayectoria curva

## Capítulo 6

# Calibración del Prototipo

### 6.1 Introducción

Actualmente, la aparición de nuevos prototipos robotizados de diferentes configuraciones, junto con la exigencia creciente de mejorar la precisión de su posicionamiento, han creado la necesidad de identificar lo más exactamente posible la estructura cinemática interna de estos sistemas para obtener la solución inversa y directa (Wang J., 1993). En general, los algoritmos que utilizan el software de control de estos sistemas no representan con exactitud el comportamiento cinemático de los ejes, debido a variaciones mecánicas de la estructura, la propia precisión del software, características mecánicas de las articulaciones, desgaste, etc. que son diferentes para cada robot fabricado (Merlet, 2000), pero sin embargo éstos implementan los mismos parámetros cinemáticos internos (para un mismo modelo de robot). La identificación de la cinemática real del robot permite su calibración posterior, es decir, que el cálculo cinemático del controlador represente el comportamiento real de los ejes, con lo cual se obtiene un posicionamiento preciso del sistema robotizado.

Obtener un modelo real de la cinemática de un robot y, consecuentemente, identificar los errores y compensarlos, permite:

- Realizar la programación off-line (fuera de línea) de trayectorias del robot, en base a posiciones generadas en un sistema de simulación. Se consigue que las coordenadas de las posiciones a las que va a acceder el robot real sean las mismas que las generadas en la simulación.
- Permitir el intercambio de robots en una línea automatizada (en caso de averías, etc.), sin necesidad de reprogramar la trayectoria para el nuevo robot. Gracias a que los

robots utilizados están previamente calibrados, se garantiza que el mismo programa de trayectorias se ejecute con la misma precisión en cualquier robot del mismo modelo.

- En caso de colisión del robot con elementos de su entorno, con la consiguiente modificación de parámetros internos de robot, se facilita una rápida vuelta a condiciones de trabajo al lograr con la calibración una identificación de esos parámetros con sus valores correctos.

A continuación se presentarán las etapas seguidas para la identificación de diversos parámetros cinemáticos de las configuraciones de la silla de ruedas que aparecen en las diferentes fases que componen el movimiento. Una vez identificado el modelo cinemático real del sistema robotizado, se puede cuantificar el error de posicionamiento estático en cualquier punto del volumen de trabajo (Masory O., 1993), (Ota H., 2000), calcular las desviaciones respecto al modelo nominal utilizado por el controlador del robot (Zhuang, 1997), (Vincze M., 1994), calcular la mejora en la precisión del posicionamiento (Zhuang H., 1998) y realizar un control efectivo de la silla basado en un control en cadena abierta a alto nivel.

## 6.2 Planteamiento del problema

Las variables conocidas provienen de la información suministrada por el sistema sensorial externo (Optotrack) y, por otro lado, la información obtenida a partir del sistema sensorial interno. A partir del Optotrack, es conocida la posiciones absolutas del centro de masas ( $\mathbf{P}_g$ ), las posiciones absolutas de los ejes de las ruedas que componen los trenes T1 y T2 de la silla ( $\mathbf{f}(\theta_4)$  y  $\mathbf{f}(\theta_3)$  respectivamente) y las posiciones absolutas de los puntos de contacto entre los mecanismos de remonte y los diferentes escalones para ambos trenes ( $\mathbf{P}_{C2}$  para el tren T2 y  $\mathbf{P}_{C1}$  para el tren T1). A partir de los sensores internos del sistema es conocido el ángulo de inclinación de la silla con respecto a la vertical ( $\gamma$ ), los ángulos de los ejes delantero y trasero encargados del mecanismo de posicionamiento de la silla ( $\theta_1$  y  $\theta_2$  respectivamente) y la posición de los motores de las cremalleras delantera y trasera ( $\delta_1$  y  $\delta_2$  respectivamente) que forman el mecanismo de subida de la silla de ruedas.

Los parámetros a determinar (ver figura 4.2 y figura 4.3) son las longitudes ( $l_{1A} + l_5$ ), ( $l_{1B} + l_5$ ),  $l_{3A}$ ,  $l_{3B}$ ,  $l_6$  y  $l_7 + l_5$  que forman parte de la cinemática del mecanismo (donde los subíndices A y B corresponden a las magnitudes de los trenes T1 y T2 respectivamente), los ángulos de inclinación de las cremalleras delantera y trasera ( $\mu_1$  y  $\mu_2$  respectivamente) y el desplazamiento de las cremalleras delantera y trasera ( $z_1$  y  $z_2$  respectivamente). Dichos desplazamientos serán relacionados de una forma lineal con los desplazamientos obtenidos a

partir de los encoders de los motores de las cremalleras de la siguiente forma:

$$z_1 = a_1 + b_1\delta_1 \quad (6.1)$$

$$z_2 = a_2 + b_2\delta_2 \quad (6.2)$$

Para la obtención del algoritmo de calibración, se parte las ecuaciones que componen la cinemática interna del sistema para cada una de las fases del modelo cinemático directo (MCD) de la silla de ruedas en perfiles con discontinuidades (sección 4.3.1). Dichas ecuaciones se muestran a continuación de una manera más simplificada:

- FASE 1:

$$\frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_4)}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} = (l_{1A} + l_5) - l_{3A}\mathbf{e}^{j\theta_1} \quad (6.3)$$

$$\frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_3)}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} = (l_{1B} + l_5) - l_{3B}\mathbf{e}^{-j\theta_2} \quad (6.4)$$

- FASE 2:

$$\frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_4)}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} = (l_{1A} + l_5) - l_{3A}\mathbf{e}^{j\theta_1} \quad (6.5)$$

$$\frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C2}}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} = -jz_2\mathbf{e}^{j\mu_2} + (l_7 + l_5) + jl_6 - l_{3B}\mathbf{e}^{-j\theta_2} \quad (6.6)$$

- FASE 3:

$$\frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C1}}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} = -jz_1\mathbf{e}^{j\mu_1} + (l_{1A} + l_5) - l_{3A}\mathbf{e}^{j\theta_1} \quad (6.7)$$

$$\frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_3)}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} = (l_{1B} + l_5) - l_{3B}\mathbf{e}^{-j\theta_2} \quad (6.8)$$

- FASE 4:

$$\frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C2}}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} = -jz_2\mathbf{e}^{j\mu_2} + (l_7 + l_5) + jl_6 - l_{3B}\mathbf{e}^{-j\theta_2} \quad (6.9)$$

$$\frac{\mathbf{P}_g - P_{C1}}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} = -jz_1\mathbf{e}^{j\mu_1} + (l_{1A} + l_5) - l_{3A}\mathbf{e}^{j\theta_1} \quad (6.10)$$

A continuación, se definirán una serie de variables que ayudarán a hacer un planteamiento más global y compacto del problema, incluyendo las cuatro fases de movimiento de la silla de ruedas a la vez.

$x_1 = l_{1B} + l_5$	$x_6 = l_6$
$x_2 = l_{3B}$	$y_{1A} = a_2$
$x_3 = l_{1A} + l_5$	$y_{1B} = b_2$
$x_4 = l_{3A}$	$y_{2A} = a_1$
$x_5 = l_7 + l_5$	$y_{2B} = b_1$

Con la notación expuesta, las ecuaciones para cada una de las fases quedan de la siguiente forma:

- FASE 1:

$$\frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_4)}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} = x_3 - x_4\mathbf{e}^{j\theta_1} \quad (6.11)$$

$$\frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_3)}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} = x_1 - x_2\mathbf{e}^{-j\theta_2} \quad (6.12)$$

- FASE 2:

$$\frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_4)}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} = x_3 - x_4\mathbf{e}^{j\theta_1} \quad (6.13)$$

$$\frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C2}}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} = -j\delta_2 y_{1B} - jy_{1A} + x_5 + jx_6 - x_2\mathbf{e}^{-j\theta_2} \quad (6.14)$$

- FASE 3:

$$\frac{\mathbf{P}_g - P_{C1}}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} = -j\delta_1 y_{2B} - jy_{2A} + x_3 - x_4\mathbf{e}^{j\theta_1} \quad (6.15)$$

$$\frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_3)}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} = x_1 - x_2\mathbf{e}^{-j\theta_2} \quad (6.16)$$



- FASE 4:

$$\frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C2}}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} = -j\delta_2 y_{1B} - jy_{1A} + x_5 + jx_6 - x_2 \mathbf{e}^{-j\theta_2} \quad (6.17)$$

$$\frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C1}}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} = -j\delta_1 y_{2B} - jy_{2A} + x_3 - x_4 \mathbf{e}^{j\theta_1} \quad (6.18)$$

donde las variables  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, y_{1A}, y_{1B}, y_{2A}, y_{2B}, \mu_1$  y  $\mu_2$  son variables a determinar.

Si se expresa en forma matricial se obtiene:

$$\overbrace{\left[ \begin{array}{cc|cc|cc|cc} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{U} & -\mathbf{e}^{j\theta_1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{U} & -\mathbf{e}^{-j\theta_2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{U} & -\mathbf{e}^{j\theta_1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{e}^{-j\theta_2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{U} & j\mathbf{U} & -j\mathbf{U}\mathbf{e}^{j\mu_2} & -j\delta_2 \mathbf{e}^{j\mu_2} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{U} & -\mathbf{e}^{j\theta_1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{U} & -\mathbf{e}^{-j\theta_2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & -\mathbf{e}^{-j\theta_2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{U} & j\mathbf{U} & -j\mathbf{U}\mathbf{e}^{j\mu_2} & -j\delta_2 \mathbf{e}^{j\mu_2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{U} & -\mathbf{e}^{j\theta_1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array} \right]}^{\mathbf{A}_{(8nx10)}} \underbrace{\left[ \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ y_{1A} \\ y_{1B} \\ y_{2A} \\ y_{2B} \end{array} \right]}_{\mathbf{Z}_{(10x1)}} = \underbrace{\left[ \begin{array}{c} \frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_4)}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} \\ \frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_3)}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} \\ \frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_4)}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} \\ \frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C2}}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} \\ \frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C1}}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} \\ \frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_3)}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} \\ \frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C2}}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} \\ \frac{\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C1}}{j\mathbf{e}^{j\gamma}} \end{array} \right]}_{\mathbf{B}_{(8nx1)}} \quad (6.19)$$

donde:

$$\mathbf{0}_{(nx1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{U}_{(nx1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{e}_{(nx1)}^{j\theta_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}^{j\theta_{i1}} \\ \vdots \\ \mathbf{e}^{j\theta_{in}} \end{bmatrix} ; \quad \delta_{i(nx1)} = \begin{bmatrix} \delta_{i1} \\ \vdots \\ \delta_{in} \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

los parámetros  $\mu_1$  y  $\mu_2$  son parámetros desconocidos a determinar y n es el número de muestras por ensayo.

Para calibrar el prototipo, se deberá minimizar el siguiente funcional:

$$\Lambda = (\mathbf{AZ} - \mathbf{B})^{t*} (\mathbf{AZ} - \mathbf{B}) \quad (6.21)$$

Con el fin de facilitar el cálculo de la minimización del funcional, se descompondrá el

conjunto de incógnitas  $\mathbf{Z}$  en incógnitas de tipo real  $\mathbf{X}$  a los que no les afecta ninguno de los ángulos de los mecanismos de remonte, incógnitas de tipo real correspondientes a los términos afectados por el ángulo de inclinación del mecanismo de remonte  $\mu_2$ ,  $\mathbf{Y}_1$ , e incógnitas de tipo real correspondientes a los términos afectados por el ángulo de inclinación del mecanismo de remonte  $\mu_1$ ,  $\mathbf{Y}_2$ . Además, la matriz  $\mathbf{A}$  también se va a descomponer de la misma forma, teniendo en cuenta la división de incógnitas realizada, dando lugar a la descomposición de la matriz total  $\mathbf{A}$  en las submatrices  $\mathbf{A}_1$ ,  $\mathbf{A}_2$  y  $\mathbf{A}_3$ . Por tanto, la matriz  $\mathbf{A}$  y el vector de incógnitas  $\mathbf{Z}$  se podrán representar de la siguiente forma:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_3] \quad (6.22)$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

Con esta nueva notación, el funcional se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \Lambda &= (\mathbf{A}_1 \mathbf{X} + \mathbf{A}_2 \mathbf{Y}_1 e^{j\mu_2} + \mathbf{A}_3 \mathbf{Y}_2 e^{j\mu_1} - \mathbf{B})^{t*} (\mathbf{A}_1 \mathbf{X} + \mathbf{A}_2 \mathbf{Y}_1 e^{j\mu_2} + \mathbf{A}_3 \mathbf{Y}_2 e^{j\mu_1} - \mathbf{B}) \\ &= \mathbf{X}^t \mathbf{A}_1^{t*} \mathbf{A}_1 \mathbf{X} + \mathbf{X}^t \mathbf{A}_1^t \mathbf{A}_2^* \mathbf{Y}_1 e^{-j\mu_2} + \mathbf{X}^t \mathbf{A}_1^t \mathbf{A}_3^* \mathbf{Y}_2 e^{-j\mu_1} - \mathbf{X}^t \mathbf{A}_1^t \mathbf{B}^* \\ &+ \mathbf{X}^t \mathbf{A}_1^{t*} \mathbf{A}_2 \mathbf{Y}_1 e^{j\mu_2} + \mathbf{Y}_1^t \mathbf{A}_2^{t*} \mathbf{A}_2 \mathbf{Y}_1 - \mathbf{Y}_2^t \mathbf{A}_3^{t*} \mathbf{A}_2 \mathbf{Y}_1 e^{j(\mu_2 - \mu_1)} - \mathbf{Y}_1^t \mathbf{A}_2^t \mathbf{B}^* e^{j\mu_2} \\ &+ \mathbf{X}^t \mathbf{A}_1^{t*} \mathbf{A}_3 \mathbf{Y}_2 e^{j\mu_1} + \mathbf{Y}_1^t \mathbf{A}_2^{t*} \mathbf{A}_3 \mathbf{Y}_2 e^{-j(\mu_2 - \mu_1)} + \mathbf{Y}_2^t \mathbf{A}_3^{t*} \mathbf{A}_3 \mathbf{Y}_2 - \mathbf{Y}_2^t \mathbf{A}_3^t \mathbf{B}^* e^{j\mu_1} \\ &- \mathbf{X}^t \mathbf{A}_1^{t*} \mathbf{B} - \mathbf{Y}_1^t \mathbf{A}_2^{t*} \mathbf{B} e^{-j\mu_2} - \mathbf{Y}_2^t \mathbf{A}_3^{t*} \mathbf{B} e^{-j\mu_1} + \mathbf{B}^{t*} \mathbf{B} \end{aligned} \quad (6.24)$$

Se procede a calcular los valores de  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{Y}_1$  e  $\mathbf{Y}_2$  que minimizan dicho funcional. Las ecuaciones a resolver son las siguientes:

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \mathbf{X}} = 0 \quad (6.25)$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \mathbf{Y}_1} = 0 \quad (6.26)$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \mathbf{Y}_2} = 0 \quad (6.27)$$

Aplicando (6.25), (6.26) y (6.27) a la expresión del funcional (6.24) se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Lambda}{\partial \mathbf{X}} &= \operatorname{Re} [\mathbf{A}_1^{t*} \mathbf{A}_1] \mathbf{X} + \operatorname{Re} [\mathbf{A}_1^{t*} \mathbf{A}_2 e^{j\mu_2}] \mathbf{Y}_1 + \operatorname{Re} [\mathbf{A}_1^{t*} \mathbf{A}_3 e^{j\mu_1}] \mathbf{Y}_2 \\
&- \operatorname{Re} [\mathbf{A}_1^{t*} \mathbf{B}] = 0
\end{aligned} \tag{6.28}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Lambda}{\partial \mathbf{Y}_1} &= \operatorname{Re} [\mathbf{A}_2^{t*} \mathbf{A}_1 e^{-j\mu_2}] \mathbf{X} + \operatorname{Re} [\mathbf{A}_2^{t*} \mathbf{A}_2] \mathbf{Y}_1 + \operatorname{Re} [\mathbf{A}_2^{t*} \mathbf{A}_3 e^{j(\mu_1 - \mu_2)}] \mathbf{Y}_2 \\
&- \operatorname{Re} [\mathbf{A}_2^{t*} \mathbf{B} e^{-j\mu_2}] = 0
\end{aligned} \tag{6.29}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Lambda}{\partial \mathbf{Y}_2} &= \operatorname{Re} [\mathbf{A}_3^{t*} \mathbf{A}_1 e^{-j\mu_1}] \mathbf{X} + \operatorname{Re} [\mathbf{A}_3^{t*} \mathbf{A}_2 e^{j(\mu_2 - \mu_1)}] \mathbf{Y}_1 + \operatorname{Re} [\mathbf{A}_3^{t*} \mathbf{A}_3] \mathbf{Y}_2 \\
&- \operatorname{Re} [\mathbf{A}_3^{t*} \mathbf{B} e^{-j\mu_1}] = 0
\end{aligned} \tag{6.30}$$

A partir de los resultados obtenidos de las expresiones (6.28), (6.29) y (6.30) se pueden determinar los valores de  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{Y}_1$  e  $\mathbf{Y}_2$  que optimizan el funcional  $\Lambda$ . Dichas variables optimizadas se pueden determinar mediante la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}} \\ \hat{\mathbf{Y}}_1 \\ \hat{\mathbf{Y}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} [\mathbf{A}_1^{t*} \mathbf{A}_1] & \operatorname{Re} [\mathbf{A}_1^{t*} \mathbf{A}_2 e^{j\mu_2}] & \operatorname{Re} [\mathbf{A}_1^{t*} \mathbf{A}_3 e^{j\mu_1}] \\ \operatorname{Re} [\mathbf{A}_2^{t*} \mathbf{A}_1 e^{-j\mu_2}] & \operatorname{Re} [\mathbf{A}_2^{t*} \mathbf{A}_2] & \operatorname{Re} [\mathbf{A}_2^{t*} \mathbf{A}_3 e^{-j(\mu_2 - \mu_1)}] \\ \operatorname{Re} [\mathbf{A}_3^{t*} \mathbf{A}_1 e^{-j\mu_1}] & \operatorname{Re} [\mathbf{A}_3^{t*} \mathbf{A}_2 e^{j(\mu_2 - \mu_1)}] & \operatorname{Re} [\mathbf{A}_3^{t*} \mathbf{A}_3] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \operatorname{Re} [\mathbf{A}_1^{t*} \mathbf{B}] \\ \operatorname{Re} [\mathbf{A}_2^{t*} \mathbf{B} e^{-j\mu_2}] \\ \operatorname{Re} [\mathbf{A}_3^{t*} \mathbf{B} e^{-j\mu_1}] \end{bmatrix} \tag{6.31}$$

A la vista de la ecuación resultante (6.31), para la obtención de los parámetros óptimos, se necesitará el conocimiento previo de los ángulos correspondientes a los mecanismos de remonte. Debido a la imposibilidad de encontrar una expresión analítica para poder extraer los parámetros  $\mu_1$  y  $\mu_2$ , se procederá a resolver el problema de una forma numérica. El proceso realizado para resolver el problema cuenta con los siguientes pasos:

- Se conocen los rangos de variación de los ángulos  $\mu_1$  y  $\mu_2$ , por tanto, se creará una malla discreta de valores para ambos ángulos.

- Cálculo de los parámetros óptimos para cada uno de los puntos de la malla discreta.
- Con los valores puntuales de los ángulos y de las soluciones de los parámetros obtenidas, se obtiene el valor del funcional  $\Lambda$  en cada punto.
- Finalmente, para obtener los parámetros óptimos resultantes de la calibración, se tomarán aquellos que hacen mínima la expresión del funcional.

$$\Lambda_{opt} = \min \left[ \left( \mathbf{A}_1 \hat{\mathbf{X}} + \mathbf{A}_2 \hat{\mathbf{Y}}_1 e^{j\hat{\mu}_2} + \mathbf{A}_3 \hat{\mathbf{Y}}_2 e^{j\hat{\mu}_1} - \mathbf{B} \right)^{t*} \left( \mathbf{A}_1 \hat{\mathbf{X}} + \mathbf{A}_2 \hat{\mathbf{Y}}_1 e^{j\hat{\mu}_2} + \mathbf{A}_3 \hat{\mathbf{Y}}_2 e^{j\hat{\mu}_1} - \mathbf{B} \right) \right] \quad (6.32)$$

### 6.3 Calibración del prototipo real

Con el propósito de reducir las diferencias entre los resultados de las trayectorias obtenidas mediante simulación y las obtenidas mediante experimentación, se realizará la calibración del sistema robotizado para obtener un posicionamiento preciso del centro de masas de la silla de ruedas, de forma que las coordenadas de las posiciones a las que el prototipo va a acceder sean las mismas que las generadas mediante simulación.

En la realización de estos experimentos, se ha simulado una trayectoria del centro de masas sobre la escalera similar a la realizada en la sección 4.4 y se han obtenido las trayectorias que controlan los ángulos de los motores encargados de mover la silla de ruedas. Para la generación de las trayectorias mediante simulación y para los experimentos reales se ha utilizado una escalera formada por tres escalones de 180 mm de altura y de 300 mm de huella. Además, se ha tenido en cuenta en el diseño la restricción de la confortabilidad del pasajero, lo que implica que las aceleraciones y velocidades impuestas para la trayectoria deberán ser menores que las aceleraciones y velocidades máximas de confort junto con una inclinación muy pequeña de la silla con respecto a la dirección de la gravedad. A continuación, se han introducido en el prototipo las trayectorias obtenidas en el proceso de simulación y se ha recogido el movimiento de una serie de puntos clave que muestran como ha sido el movimiento real de este mecanismo.

Las variables conocidas a partir del sistema de medición externo Optotrack se muestran en la figura 6.1. Dichas marcas son las posiciones absolutas del centro de masas  $\mathbf{P}_g$  (marca 1), las posiciones absolutas de los ejes de las ruedas que componen los trenes T1 y T2 de la silla (marcas 2 y 3 que se corresponden con  $\mathbf{f}(\theta_4)$  y  $\mathbf{f}(\theta_3)$  respectivamente) y las posiciones absolutas de los puntos de contacto entre los mecanismos de remonte y los diferentes escalones para los trenes T1 y T2, (marcas 4 y 5 que se corresponden con  $\mathbf{P}_{C1}$  y  $\mathbf{P}_{C2}$  respectivamente).

Por otro lado, los parámetros conocidos a partir del sistema sensorial que tiene incorporado la silla son el ángulo de inclinación de la silla con respecto a la vertical ( $\gamma$ ), los ángulos de los ejes delantero y trasero encargados del mecanismo de posicionamiento de la silla ( $\theta_1$  y  $\theta_2$  respectivamente) y la posición de los motores de las cremalleras delantera y trasera ( $\delta_1$  y  $\delta_2$  respectivamente) que forman el mecanismo de subida de la silla de ruedas.

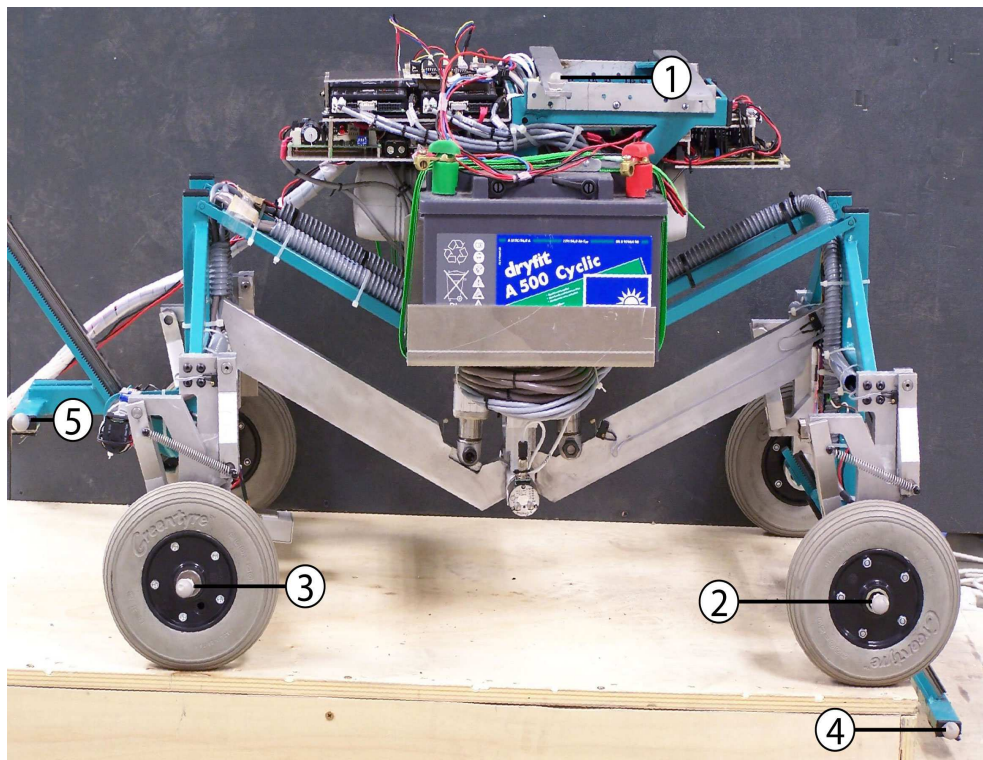


Figura 6.1: Situación de las marcas necesarias para la calibración.

Para la obtención de datos sincronizados en el proceso de calibración se ha hecho uso de una señal de trigger para sincronizar los datos provenientes del prototipo real y los del sistema comercial Optotrack. La plataforma experimental se mostró en la figura 4.4. Seguidamente, se mostrarán los resultados experimentales obtenidos en el proceso de calibración. En primer lugar se presentan todos los resultados experimentales obtenidos a través del sistema sensorial del prototipo. La figura 6.2 muestra la evolución de los ángulos que forman el mecanismo de posicionamiento. Por otro lado, la figura 6.3 muestra la posición de los mecanismos de remonte y por último, la figura 6.4a muestra la evolución del sensor de inclinación de la silla de ruedas.

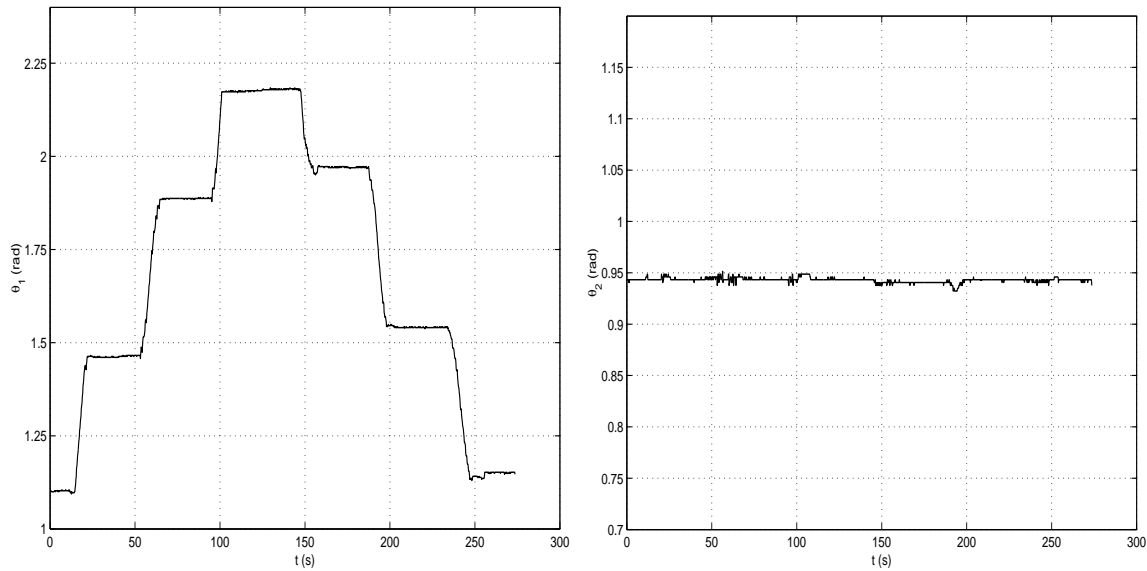


Figura 6.2: (a) Evolución del ángulo ( $\theta_1$ ) del tren T1 del mecanismo de posicionamiento para el desarrollo del algoritmo de calibración; (b) Evolución del ángulo ( $\theta_2$ ) del tren T2 del mecanismo de posicionamiento para el desarrollo del algoritmo de calibración

En segundo lugar, se presentan los resultados experimentales obtenidos mediante el sistema de cámaras Optotrack. Estos resultados muestran las trayectorias seguidas por los puntos de apoyo de los mecanismos de remonte, la evolución de la trayectoria del centro de masas y las posiciones de los ejes de las ruedas de cada uno de los trenes. La figura 6.4b muestra la evolución de los puntos comentados.

Con los datos obtenidos a partir de la plataforma experimental, se optimizarán los parámetros geométricos del prototipo y los ángulos de los mecanismos de remonte de forma que se minimice la expresión (6.24). La figura 6.5 muestra como es la superficie generada por el funcional para la malla resultante de la discretización del valor de los ángulos  $\mu_1$  y  $\mu_2$ . Se seleccionarán los valores de  $\mu_1$  y  $\mu_2$  que hacen mínimo el valor del funcional.

En la tabla 6.1, se muestran el valor de los parámetros teóricos y de los parámetros experimentales obtenidos a partir del análisis de la calibración de 15 ensayos. Dicha tabla muestra el valor estimado de cada parámetro, obtenido promediando los valores obtenidos en los distintos ensayos. Además, en la figura 6.6 se muestra una gráfica con los resultados de seguimiento de trayectorias antes y después de la calibración, verificándose que con el proceso de calibración se ha mejorado el seguimiento de trayectorias. Finalmente, en la figura 6.7 se muestra el error relativo obtenido en el seguimiento de trayectorias antes y después de la calibración. Se puede ver que haciendo uso de los parámetros obtenidos en el proceso de

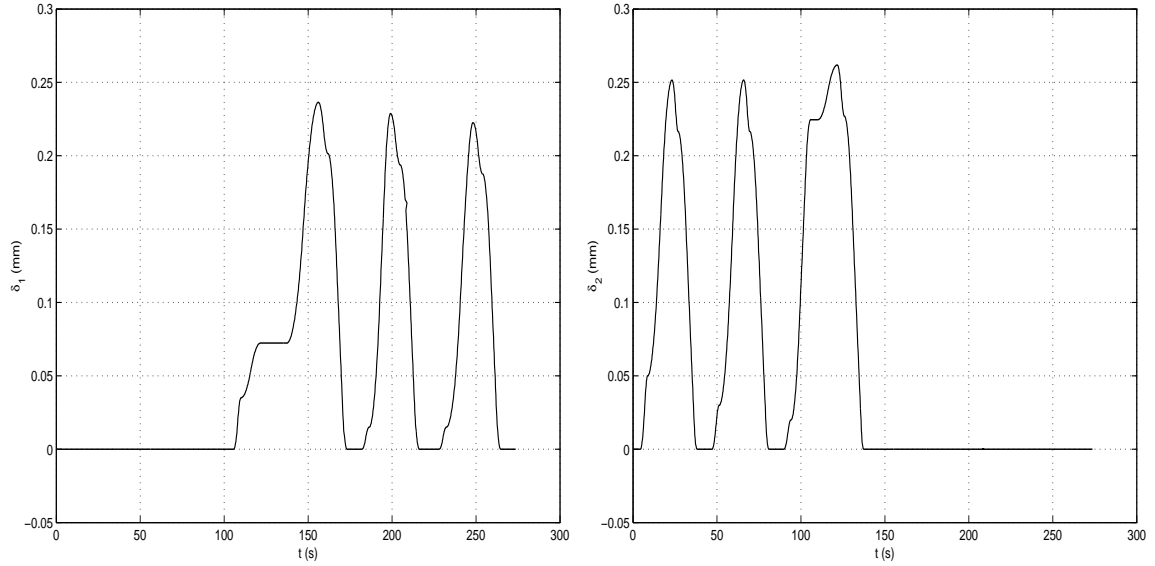


Figura 6.3: (a) Evolución de la posición del actuador ( $\delta_1$ ) del tren T1 del mecanismo de remonte para el desarrollo del algoritmo de calibración; (b) Evolución de la posición del actuador ( $\delta_2$ ) del tren T2 del mecanismo de remonte para el desarrollo del algoritmo de calibración

calibración, se ha reducido el error relativo en el seguimiento de trayectorias en torno a un 50% durante el intervalo en el que el actuador encargado del posicionamiento del tren T1 ha llegado a su posición de máximo despliegue y en torno a un 25% en la última parte del ensayo en la que se tiene un error mayor debido a que se imponen trayectorias para  $\theta_1$  mayores que las de su máximo despliegue que el sistema no es capaz de seguir.

## 6.4 Resumen

En este capítulo se ha tratado todo el desarrollo concerniente a la calibración del prototipo. El algoritmo de calibración desarrollado ha hecho uso de la cinemática interna del sistema y de la representación compleja para su implementación. Se han realizado diferentes ensayos sobre el prototipo real y se ha obtenido el valor estimado de cada parámetro promediando los valores obtenidos en los distintos ensayos. Finalmente, se ha representado una gráfica con el seguimiento y el error relativo de seguimiento realizado por el centro de masas de la silla de ruedas antes y después de la calibración donde se puede observar una mejora sustancial en el seguimiento como consecuencia de la realización de este proceso.

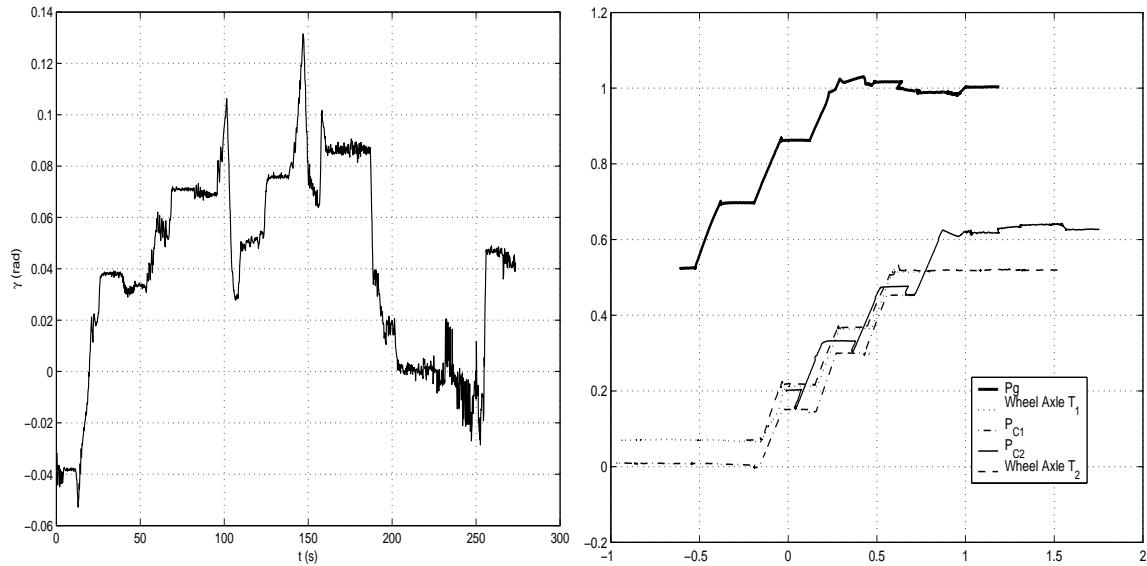


Figura 6.4: (a) Evolución de la inclinación con respecto a la vertical de la silla de ruedas; (b) Evolución de la posición de los puntos necesarios para la realización de la calibración.

Análisis de los resultados calibración a partir de 15 ensayos		
Parámetro	Valor medio	Desviación típica
$l_{1A}+l_5$ (m)	0,686	$7,035 \cdot 10^{-4}$
$l_{1B}+l_5$ (m)	0,684	$5,223 \cdot 10^{-4}$
$l_{3A}$ (m)	0,442	$8,821 \cdot 10^{-4}$
$l_{3B}$ (m)	0,440	$8,254 \cdot 10^{-4}$
$l_6$ (m)	0,178	$6,952 \cdot 10^{-4}$
$l_7+l_5$ (m)	0,646	$6,231 \cdot 10^{-4}$
$\mu_1$ (rad)	0,9934	0,0099
$\mu_2$ (rad)	0,9761	0,0084
$a_1$	$2,8571 \cdot 10^{-4}$	$1,0320 \cdot 10^{-4}$
$b_1$ (rad)	0,9952	0,0079
$a_2$ (rad)	$2,7534 \cdot 10^{-4}$	$1,0260 \cdot 10^{-4}$
$b_2$ (rad)	0,9975	$1,0280 \cdot 10^{-4}$

Tabla 6.1: Resultados de los parámetros calibrados.



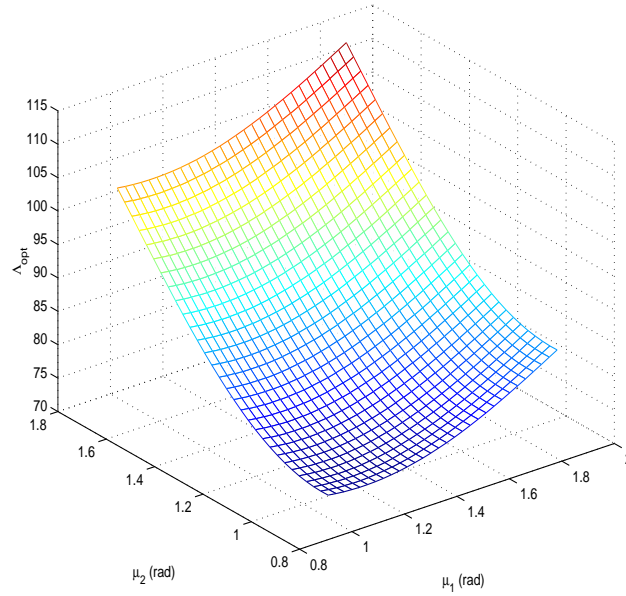


Figura 6.5: Valor del funcional  $\Lambda$  para los diferentes valores de los ángulos de los mecanismos de remonte  $\mu_1$  y  $\mu_2$ .

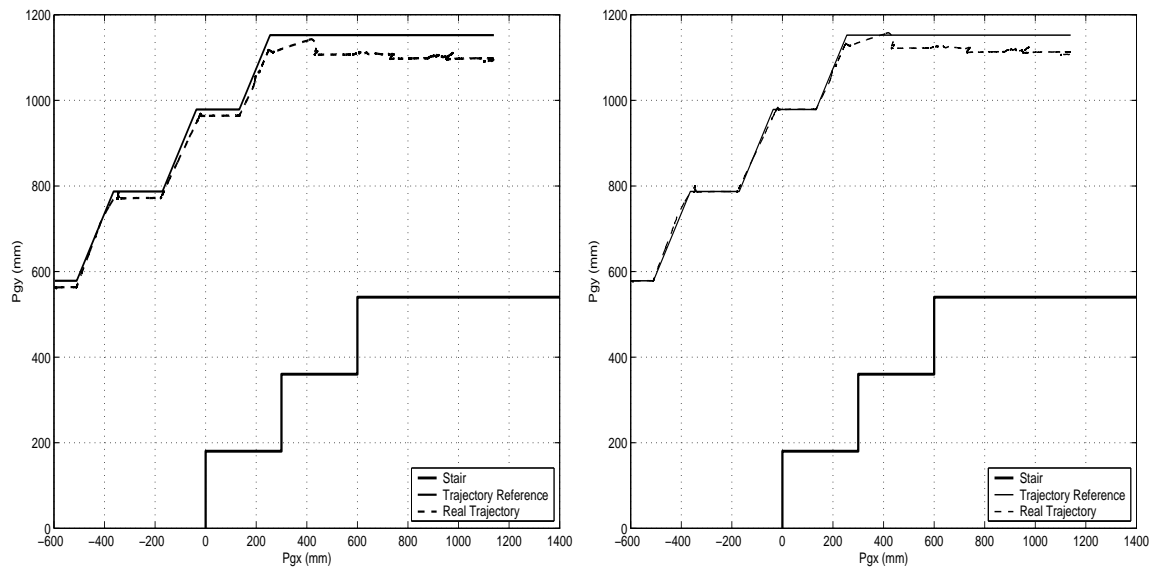


Figura 6.6: (a) Trayectorias del centro de masas antes de aplicar el algoritmo de calibración; (b) Trayectorias del centro de masas después de aplicar el algoritmo de calibración.

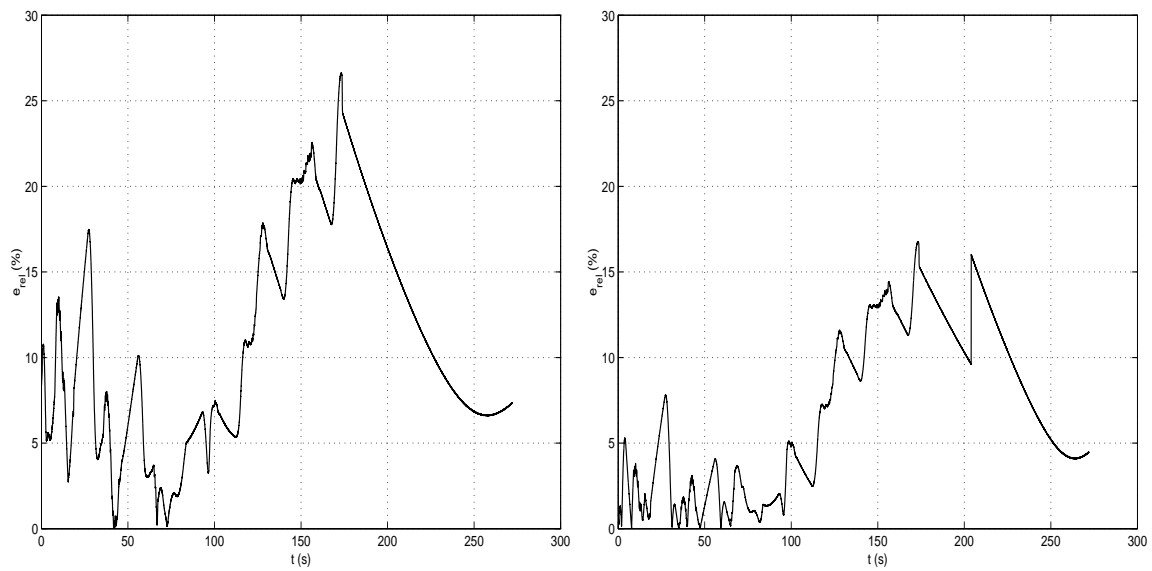


Figura 6.7: (a) Error relativo de seguimiento de trayectoria del centro de masas antes de aplicar el algoritmo de calibración; (b) Error relativo de seguimiento de trayectoria del centro de masas después de aplicar el algoritmo de calibración

## Capítulo 7

# Optimización de trayectorias

### 7.1 Introducción

Como se pudo ver en el capítulo anterior, el movimiento de ascenso o descenso de la silla de ruedas sobre una escalera implica diferentes cambios de configuración. En los instantes en los que se producen dichos cambios, la silla debe permanecer parada, lo que produce gran cantidad de tiempos muertos. El estudio de estos tiempos ha motivado el planteamiento de una nueva planificación de trayectorias que logre reducir su aparición en la medida de lo posible.

Esta nueva planificación tratará la búsqueda de una ruta libre de obstáculos a través del entorno de trabajo del robot teniendo en cuenta las restricciones a las que se encuentra sujeto el mecanismo. En el caso de solventar obstáculos de tipo escalera, se realizará la planificación de estas trayectorias considerando conocido el entorno sobre el que trabajará la silla en su totalidad. Con estas consideraciones resulta factible la realización de un algoritmo que emplee una determinada función de coste para la optimización de la nueva trayectoria.

El planificador del robot construirá un camino correcto desde el punto de vista cinemático, en función de una determinada especificación de la tarea a realizar. Para llevar a cabo este cometido, se utilizan métodos basados en técnicas reactivas o basados en técnicas de planificación. Los métodos basados en técnicas reactivas, no realizan construcción explícita del nuevo camino que debe seguir. Como ejemplos se encuentran los métodos fundamentados en campos potenciales (Borenstein J., 1989) o en el modelado de comportamientos (Brooks, 1986). Por otro lado, los métodos basados en técnicas de planificación, al contrario que los anteriormente expuestos, realizan la construcción a priori del camino propuesto. Esta acción se efectúa en dos etapas: a) Especificación de la ruta local que define una vía por la cual se

evita el obstáculo detectado y b) ajuste de una curva sobre una ruta construida, de tal modo que el camino obtenido a partir de ella resulte admisible desde el punto de vista cinemático (Kant K., 1988), (Rombaut R., 1991).

Siguiendo el marco de esta tesis, el método propuesto pertenece a la segunda familia. De modo que el proceso puede obtener dos clases de resultados: i) construcción de un nuevo camino local que evite el obstáculo detectado, ii) o bien una indicación de la inexistencia de una solución y, por tanto, la inmediata parada del vehículo.

En las secciones siguientes se mostrará la resolución del problema de planificación de trayectorias realizado, teniendo en cuenta las diferentes fases en las que se puede encontrar la silla de ruedas y las restricciones de inclinación y confort del paciente, verificándose finalmente sobre el prototipo experimental.

## 7.2 Planteamiento del problema

Antes de comenzar con el planteamiento del problema se debe incidir en el hecho de que los algoritmos realizados tienen únicamente aplicación práctica en los casos en los que la silla está parada debido al cambio de configuración. En el momento en que la silla se encuentra en la nueva configuración, el algoritmo de optimización deja de ser utilizado y se vuelve a hacer uso de las trayectorias de ascenso explicadas en capítulos anteriores.

En el intervalo de tiempo en que se produce el cambio de configuración, se puede observar que, dependiendo de la configuración en la que se encuentre el mecanismo dentro de la escalera, se deberán aplicar diferentes algoritmos de optimización para la generación de la trayectoria optimizada. A continuación, se expondrán dichos algoritmos:

### 7.2.1 Optimización fase 1: Los dos trenes en modo rodadura

La optimización de esta fase se produce cuando ocurre cualquiera de las siguientes situaciones:

- Uno de los trenes se ha aproximado suficientemente cerca al escalón y comienza a desplegar el mecanismo de remonte correspondiente. El intervalo de tiempo comprendido entre el instante en que el mecanismo de remonte comienza a desplegarse hasta que se produce la transferencia de peso del eje de las ruedas al mecanismo de remonte desplegado, será donde se aplicará el algoritmo de optimización de trayectorias.
- Uno de los trenes del mecanismo se encuentra en modo rodadura y el otro sobrepasando el escalón mediante su mecanismo de remonte. El intervalo de tiempo comprendido

entre el instante en que el mecanismo de remonte supera el escalón y se produce la transferencia de peso del mecanismo de remonte al eje de las ruedas será donde se aplicará el algoritmo de optimización.

En ambas situaciones, el punto de partida queda definido por medio de la siguiente expresión:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) + j(l_1 + l_5) - jl_3 e^{-j\theta_2} = \mathbf{b}_1 - \mathbf{a}_1 \mathbf{x}_1 \quad (7.1)$$

donde:

$$\mathbf{b}_1 = \mathbf{f}(\theta_3) + j(l_1 + l_5) \quad (7.2)$$

$$\mathbf{a}_1 = jl_3 \quad (7.3)$$

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{e}^{-j\theta_2} \quad (7.4)$$

El problema de optimización trata de minimizar en cada instante de tiempo la distancia entre la trayectoria ideal que se debería seguir,  $\hat{\mathbf{P}}_g$ , en caso de no tener ninguna restricción y la trayectoria que realmente se puede obtener,  $\mathbf{P}_g$ , teniendo en cuenta que se tiene un grado de libertad menos, al estar bloqueadas las ruedas del tren que ha detectado el escalón. Por tanto, el problema a minimizar es el siguiente:

$$\text{Min} [\mathbf{F}_1] = \text{Min} \left[ \left( \mathbf{P}_g - \hat{\mathbf{P}}_g \right) \left( \mathbf{P}_g - \hat{\mathbf{P}}_g \right)^* \right] \quad (7.5)$$

donde operando con (7.5) se obtiene:

$$\text{Min} [\mathbf{F}_1] = \text{Min} \left[ \left( \mathbf{b}_1 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_1 e^{-j\theta_2} \right) \left( \mathbf{b}_1 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_1 e^{-j\theta_2} \right)^* \right] \quad (7.6)$$

Como se puede ver en la función anterior, la única variable de la que depende la expresión (7.6) es  $\theta_2$ , luego se calculará el ángulo  $\hat{\theta}_2$  que hace mínimo ese funcional.

$$\frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial \theta_2} = j\mathbf{a}_1 e^{-j\theta_2} \left( \mathbf{b}_1 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_1 e^{-j\theta_2} \right)^* - j\mathbf{a}_1^* e^{j\theta_2} \left( \mathbf{b}_1 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_1 e^{j\theta_2} \right) = \mathbf{0} \quad (7.7)$$

Reagrupando (7.7) de una manera más compacta se puede llegar a obtener el siguiente resultado:

$$\left[ \mathbf{a}_1^* e^{j\theta_2} (\mathbf{b}_1 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_1 e^{-j\theta_2}) \right]^* = \mathbf{a}_1^* e^{j\theta_2} (\mathbf{b}_1 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_1 e^{-j\theta_2}) \quad (7.8)$$

Esta igualdad se cumple únicamente en el caso en que el número complejo sea igual a su complejo conjugado, y esta situación se cumple únicamente cuando la parte imaginaria de la expresión tiene valor nulo (es un número real). Se tiene por tanto que:

$$\text{Im} \left[ \mathbf{a}_1^* e^{j\theta_2} (\mathbf{b}_1 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_1 e^{-j\theta_2}) \right] = 0 \quad (7.9)$$

De la resolución de la condición (7.9), se obtiene el ángulo  $\hat{\theta}_2$  que minimiza el funcional y cuyo valor es:

$$\hat{\theta}_2 = -\angle \left[ \mathbf{a}_1^* (\mathbf{b}_1 - \hat{\mathbf{P}}_g) \right] = \frac{\pi}{2} - \arctan \left[ \frac{\text{Im} [\mathbf{f}(\theta_3)] - \text{Im} [\hat{\mathbf{P}}_g] + (l_1 + l_5)}{\text{Re} [\mathbf{f}(\theta_3)] - \text{Re} [\hat{\mathbf{P}}_g]} \right] \quad (7.10)$$

Una vez calculado el valor de  $\hat{\theta}_2$ , se procede a calcular el valor del otro actuador  $\hat{\theta}_1$  que compone el mecanismo de estabilización de la silla de ruedas. Dicho valor depende del valor de  $\mathbf{P}_g$  realmente alcanzado al aplicarse el proceso de optimización. El resultado obtenido mediante (7.1) y (7.10) es el siguiente:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) + j(l_1 + l_5) - jl_3 e^{-j\hat{\theta}_2} \quad (7.11)$$

Seguidamente, se calcula el valor de  $\hat{\theta}_1$  a partir de la expresión que relaciona el valor  $\mathbf{P}_g$  con el valor de  $\hat{\theta}_1$ . Dicha relación es la siguiente:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + j(l_1 + l_5) - jl_3 e^{j\hat{\theta}_1} \quad (7.12)$$

La parte imaginaria de  $\mathbf{f}(\theta_4)$  es conocida y de valor constante. Se obtiene el valor de  $\hat{\theta}_1$  a partir de la parte imaginaria de (7.12) cuyo resultado se muestra a continuación:

$$\hat{\theta}_1 = \arccos \left[ \frac{\text{Im} [\mathbf{f}(\theta_4)] + l_1 + l_5 - \text{Im} [\mathbf{P}_g]}{l_3} \right] \quad (7.13)$$

### 7.2.2 Optimización fase 2: Tren T1 en modo rodadura y tren T2 desplegando su mecanismo de remonte

La optimización de esta fase se produce cuando ocurre cualquiera de las siguientes situaciones:

- El tren T2 se encuentra remontando el escalón y el tren T1 que se encuentra en modo rodadura detecta que se ha aproximado suficientemente cerca al escalón y comienza a desplegar el mecanismo de remonte correspondiente. El intervalo de tiempo comprendido entre el instante en que el mecanismo de remonte comienza a desplegarse hasta que se produce la transferencia del peso desde el eje de las ruedas del tren T1 al mecanismo de remonte del mismo tren, será donde se aplicará el algoritmo de optimización de trayectorias.
- El tren T2 se encuentra remontando un escalón y el tren T1 acaba de remontar completamente su escalón correspondiente, produciéndose la transferencia de peso del tren al eje de las ruedas mientras el tren T2 sigue en la etapa de negociación con el escalón para superarlo en un futuro próximo. El intervalo de tiempo comprendido entre el instante en el que se produce la transferencia de peso del mecanismo de remonte al eje de las ruedas hasta que se produce el repliegue del mecanismo de remonte hasta su situación inicial, será donde se aplicará el algoritmo de optimización.

En ambas situaciones, el punto de partida viene determinado por la siguiente expresión:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) - l_7 + j(l_6 + l_5) - jl_3 \mathbf{e}^{-j\theta_2} = \mathbf{b}_2 - \mathbf{a}_2 \mathbf{x}_2 \quad (7.14)$$

donde:

$$\mathbf{b}_2 = \mathbf{f}(\theta_3) - l_7 + j(l_6 + l_5) \quad (7.15)$$

$$\mathbf{a}_2 = jl_3 \quad (7.16)$$

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{e}^{-j\theta_2} \quad (7.17)$$

El problema de optimización trata de minimizar en cada instante de tiempo la distancia entre la trayectoria ideal que se debería seguir,  $\hat{\mathbf{P}}_g$  en caso de no tener ninguna restricción y la trayectoria que realmente se puede llegar a obtener,  $\mathbf{P}_g$ , teniendo en cuenta que se tiene un grado de libertad menos, al estar bloqueada las ruedas del tren que ha detectado el escalón. Por tanto, el problema a minimizar es el siguiente:

$$\text{Min} [\mathbf{F}_2] = \text{Min} \left[ \left( \mathbf{P}_g - \hat{\mathbf{P}}_g \right) \left( \mathbf{P}_g - \hat{\mathbf{P}}_g \right)^* \right] \quad (7.18)$$

donde operando con (7.18) se obtiene:

$$\text{Min} [\mathbf{F}_2] = \text{Min} \left[ \left( \mathbf{b}_2 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_2 \mathbf{e}^{-j\theta_2} \right) \left( \mathbf{b}_2 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_2 \mathbf{e}^{-j\theta_2} \right)^* \right] \quad (7.19)$$

Como se puede observar en (7.19), la única variable de la que depende la expresión anterior es  $\theta_2$ , luego se calculará el ángulo  $\hat{\theta}_2$  que hace mínimo ese funcional.

$$\frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial \theta_2} = j \mathbf{a}_2 \mathbf{e}^{-j\theta_2} \left( \mathbf{b}_2 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_2 \mathbf{e}^{-j\theta_2} \right)^* - j \mathbf{a}_2^* \mathbf{e}^{j\theta_2} \left( \mathbf{b}_2 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_2 \mathbf{e}^{j\theta_2} \right) = \mathbf{0} \quad (7.20)$$

Reagrupando 7.20 de una manera más conveniente se puede llegar a obtener el siguiente resultado.

$$\left[ \mathbf{a}_2^* \mathbf{e}^{j\theta_2} \left( \mathbf{b}_2 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_2 \mathbf{e}^{-j\theta_2} \right) \right]^* = \mathbf{a}_2^* \mathbf{e}^{j\theta_2} \left( \mathbf{b}_2 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_2 \mathbf{e}^{-j\theta_2} \right) \quad (7.21)$$

Esta igualdad se cumple únicamente en el caso en que el número complejo sea igual a su complejo conjugado, y esta situación únicamente se cumple cuando la parte imaginaria de la expresión tiene valor nulo (se trata de un número real). Se tiene por tanto:

$$\text{Im} \left[ \mathbf{a}_2^* \mathbf{e}^{j\theta_2} \left( \mathbf{b}_2 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_2 \mathbf{e}^{-j\theta_2} \right) \right] = 0 \quad (7.22)$$

De la resolución de la condición (7.22), se obtiene el ángulo  $\hat{\theta}_2$  que minimiza el funcional, cuyo valor es:

$$\hat{\theta}_2 = -\angle \left[ \mathbf{a}_2^* \left( \mathbf{b}_2 - \hat{\mathbf{P}}_g \right) \right] = \frac{\pi}{2} - \arctan \left[ \frac{\text{Im} [\mathbf{f}(\theta_3)] - \text{Im} [\hat{\mathbf{P}}_g] + (l_6 + l_5)}{\text{Re} [\mathbf{f}(\theta_3)] - \text{Re} [\hat{\mathbf{P}}_g] - l_7} \right] \quad (7.23)$$

Una vez calculado el valor de  $\hat{\theta}_2$ , se procede a calcular el valor del otro actuador que compone el mecanismo de estabilización de la silla de ruedas  $\hat{\theta}_1$ . Dicho valor depende del valor de  $\mathbf{P}_g$  realmente alcanzado al aplicarse el proceso de optimización. Dicho valor es obtenido mediante la siguiente expresión:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) - l_7 + j(l_6 + l_5) - j l_3 \mathbf{e}^{-j\hat{\theta}_2} \quad (7.24)$$

Seguidamente, se procederá al cálculo del valor de  $\hat{\theta}_1$  a partir de la expresión que relaciona el valor  $\mathbf{P}_g$  con el valor de  $\hat{\theta}_1$ . Dicha relación es la siguiente:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + j(l_1 + l_5) - j l_3 \mathbf{e}^{j\hat{\theta}_1} \quad (7.25)$$



La parte imaginaria de  $\mathbf{f}(\theta_4)$  es conocida y de valor constante. Se obtiene el valor de  $\hat{\theta}_1$  a partir de la parte imaginaria de dicha expresión:

$$\hat{\theta}_1 = \arccos \left[ \frac{\text{Im} [\mathbf{f}(\theta_4)] - \text{Im} [\mathbf{P}_g] + (l_1 + l_5)}{l_3} \right] \quad (7.26)$$

### 7.2.3 Optimización fase 3: Tren T2 en modo rodadura y tren T1 desplegando su mecanismo de remonte

La optimización de esta fase se produce cuando ocurre cualquiera de las siguientes situaciones:

- El tren T1 se encuentra remontando el escalón y el tren T2 que se encuentra en modo rodadura detecta que se ha aproximado suficientemente cerca al escalón y comienza a desplegar el mecanismo de remonte correspondiente. El intervalo de tiempo comprendido entre el instante en que el mecanismo de remonte comienza a desplegarse hasta que se produce la transferencia del peso desde el eje de las ruedas del tren T2 al mecanismo de remonte del mismo tren, será donde se aplicará el algoritmo de optimización de trayectorias.
- El tren T1 se encuentra remontando un escalón y el tren T2 acaba de remontar completamente su escalón correspondiente, produciéndose la transferencia de peso del tren al eje de las ruedas mientras el tren T1 sigue en la etapa de negociación con el escalón para superarlo en un futuro próximo. El intervalo de tiempo comprendido entre el instante en el que se produce la transferencia de peso del mecanismo de remonte al eje de las ruedas hasta que se produce el repliegue del mecanismo de remonte hasta su situación inicial, será donde se aplicará el algoritmo de optimización.

En ambas situaciones, el punto de partida puede ser expresado mediante la siguiente expresión:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + j(l_1 + l_5) - jl_3 \mathbf{e}^{j\theta_1} = \mathbf{b}_3 - \mathbf{a}_3 \mathbf{x}_3 \quad (7.27)$$

donde:

$$\mathbf{b}_3 = \mathbf{f}(\theta_4) + j(l_1 + l_5) \quad (7.28)$$

$$\mathbf{a}_3 = jl_3 \quad (7.29)$$

$$\mathbf{x}_3 = \mathbf{e}^{-j\theta_1} \quad (7.30)$$

El problema de optimización trata de minimizar en cada instante de tiempo la distancia entre la trayectoria ideal que se debería seguir ( $\hat{\mathbf{P}}_g$ ) en caso de no tener ninguna restricción y la trayectoria que realmente se puede obtener ( $\mathbf{P}_g$ ) teniendo en cuenta que se tiene un grado de libertad menos, al estar bloqueadas las ruedas del tren que ha detectado el escalón. Por tanto, el problema a minimizar es el siguiente:

$$\text{Min} [\mathbf{F}_3] = \text{Min} \left[ \left( \mathbf{P}_g - \hat{\mathbf{P}}_g \right) \left( \mathbf{P}_g - \hat{\mathbf{P}}_g \right)^* \right] \quad (7.31)$$

donde operando con (7.31) se obtiene:

$$\text{Min} [\mathbf{F}_3] = \text{Min} \left[ \left( \mathbf{b}_3 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_3 \mathbf{e}^{j\theta_1} \right) \left( \mathbf{b}_3 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_3 \mathbf{e}^{j\theta_1} \right)^* \right] \quad (7.32)$$

Como se puede observar a partir de (7.32), la única variable de la que depende es  $\theta_1$ , luego se calculará el ángulo  $\hat{\theta}_1$  que hace mínimo ese funcional.

$$\frac{\partial \mathbf{F}_3}{\partial \theta_1} = -j \mathbf{a}_3 \mathbf{e}^{j\theta_1} \left( \mathbf{b}_3 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_3 \mathbf{e}^{j\theta_1} \right)^* + j \mathbf{a}_3^* \mathbf{e}^{-j\theta_1} \left( \mathbf{b}_3 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_3 \mathbf{e}^{j\theta_1} \right) = 0 \quad (7.33)$$

Reagrupando (7.33) de una manera mas conveniente se puede llegar a obtener el siguiente resultado.

$$\left[ \mathbf{a}_3^* \mathbf{e}^{j\theta_1} \left( \mathbf{b}_3 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_3 \mathbf{e}^{j\theta_1} \right) \right]^* = \mathbf{a}_3^* \mathbf{e}^{-j\theta_1} \left( \mathbf{b}_3 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_3 \mathbf{e}^{j\theta_1} \right) \quad (7.34)$$

Esta igualdad se cumple únicamente en el caso en que el número complejo sea igual a su complejo conjugado, y este caso únicamente se cumple cuando la parte imaginaria de la expresión tiene valor nulo (el número es real). Se tiene por tanto que:

$$\text{Im} \left[ \mathbf{a}_3^* \mathbf{e}^{-j\theta_1} \left( \mathbf{b}_3 - \hat{\mathbf{P}}_g - \mathbf{a}_3 \mathbf{e}^{j\theta_1} \right) \right] = 0 \quad (7.35)$$

De la resolución de la condición 7.35, se obtiene el ángulo  $\hat{\theta}_1$  que minimiza el funcional y cuyo valor es:

$$\hat{\theta}_1 = \angle \left[ \mathbf{a}_3^* \left( \mathbf{b}_3 - \hat{\mathbf{P}}_g \right) \right] = -\frac{\pi}{2} + \arctan \left[ \frac{\text{Im} [\mathbf{f}(\theta_4)] - \text{Im} [\hat{\mathbf{P}}_g] + (l_1 + l_5)}{\text{Re} [\mathbf{f}(\theta_4)] - \text{Re} [\hat{\mathbf{P}}_g]} \right] \quad (7.36)$$

Una vez calculado el valor de  $\hat{\theta}_1$ , se procede a calcular el valor del otro actuador que compone el mecanismo de estabilización de la silla de ruedas  $\hat{\theta}_2$ . Dicho valor depende del valor de  $\mathbf{P}_g$  realmente alcanzado al aplicarse el proceso de optimización. Dicho valor es obtenido mediante la siguiente expresión:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + j(l_1 + l_5) - jl_3\mathbf{e}^{-j\hat{\theta}_1} \quad (7.37)$$

Seguidamente, se obtendrá el valor de  $\hat{\theta}_2$  a partir de la expresión que relacione el valor  $\mathbf{P}_g$  con el valor de  $\hat{\theta}_2$ . Dicha relación es la siguiente:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) + j(l_1 + l_5) - jl_3\mathbf{e}^{-j\hat{\theta}_2} \quad (7.38)$$

La parte imaginaria de  $\mathbf{f}(\theta_3)$  es conocida y de valor constante. Se obtiene el valor de  $\hat{\theta}_2$  a partir de la parte imaginaria de dicha expresión:

$$\hat{\theta}_2 = \arccos \left[ \frac{\text{Im}[\mathbf{f}(\theta_3)] - \text{Im}[\mathbf{P}_g] + (l_1 + l_5)}{l_3} \right] \quad (7.39)$$

donde la componente vertical de  $\mathbf{f}(\theta_3)$  es conocida y de valor constante.

### 7.3 Verificación experimental de los algoritmos de optimización de trayectorias

Una vez verificado el modelo cinemático y las diferentes propiedades inherentes del sistema, se plantea a continuación la verificación experimental de los algoritmos cinemáticos de optimización de trayectorias con el fin de disminuir el porcentaje de tiempos muertos invertidos en el proceso de subida y bajada de escaleras. Para comprobar cuantitativamente la reducción de tiempos muertos, se han realizado dos ensayos diferentes. En el primero de ellos, se ha impuesto como trayectoria de subida de escaleras la misma que en la sección 4.4 y el en segundo de ellos, se ha impuesto sobre la trayectoria anterior el algoritmo de optimización en los instantes en los cuales el centro de masas permanece parado.

Las figuras 7.1 y 7.2 muestran la evolución de los ángulos de posicionamiento a lo largo de la trayectoria. Como era de suponer, en la trayectoria sin optimizar el ángulo  $\theta_2$  correspondiente al posicionamiento del tren T2 permanece constante en todo el proceso de subida. Sin embargo, al aplicar el algoritmo de optimización de nuestro sistema, se impone una trayectoria que para poder obtenerla, manteniendo la inclinación del chasis con pequeñas desviaciones sobre la vertical, se hace necesaria la acción conjunta de los dos actuadores que intervienen

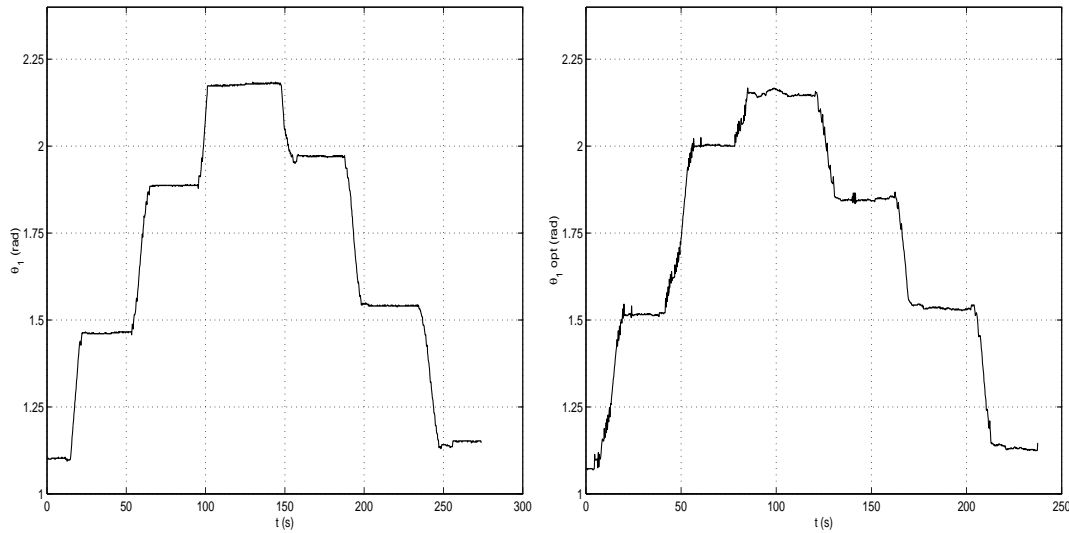


Figura 7.1: (a) Evolución del ángulo  $\theta_1$  para la trayectoria sin optimizar; (b) Evolución del ángulo  $\theta_1$  para la trayectoria optimizada

en el mecanismos de posicionamiento.

Además, las figuras 7.3 y 7.4 muestran la evolución de las trayectorias de los mecanismos de remonte de los dos trenes que conforman el mecanismo de posicionamiento, tanto para la trayectoria sin optimizar como para la trayectoria optimizada. Se puede observar que ambas trayectorias son prácticamente idénticas mostrando de nuevo la independencia mecánica entre el problema de remonte de peldaños y el de posicionamiento.

Las figuras 7.5 y 7.6 muestran la inclinación del sistema con respecto a la vertical y la evolución de la trayectoria del centro de masas tanto para la trayectoria sin optimizar como para la trayectoria optimizada. Observando las gráficas 7.1, 7.2, 7.5 y 7.6 se puede ver que la trayectoria sin optimizar invierte unos 274 segundos en superar la escalera, mientras que la trayectoria optimizada tarda 237. Esa diferencia de tiempos (37 segundos) se ha recuperado únicamente del porcentaje de tiempo en que el sistema en operaciones de cambio de configuración (50% del tiempo invertido en subir la escalera). Por tanto, la reducción de tiempos muertos ha sido de aproximadamente el 27% con respecto a la situación original, pero esta reducción de tiempo se ha conseguido a costa de una desviación de la trayectoria con respecto a la trayectoria ideal.

A la vista de los resultados obtenidos en la figura 7.5 se puede observar que la inclinación se mantiene en todo momento dentro de los márgenes de confortabilidad. Además, observando la evolución de la trayectoria optimizada 7.6 se puede ver que se producen pequeñas desviaciones con respecto a la trayectoria ideal en los instantes en los que se utiliza el algoritmo de

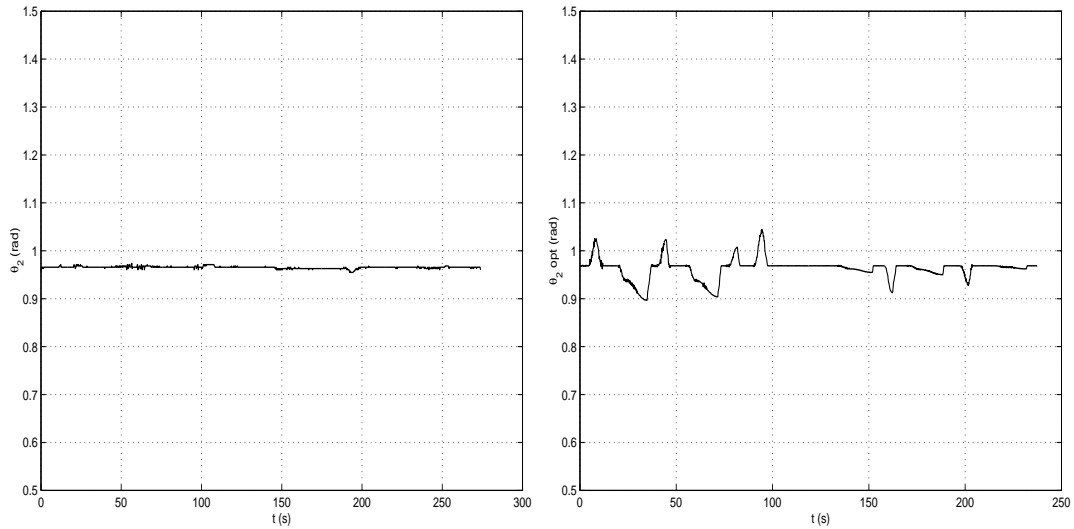


Figura 7.2: (a) Evolución del ángulo  $\theta_2$  para la trayectoria sin optimizar; (b) Evolución del ángulo  $\theta_2$  para la trayectoria optimizada

optimización.

Seguidamente, se muestran la evolución del módulo de la aceleración del centro de masas a lo largo de la trayectoria (figura 7.7) y la evolución del factor de pico (figura 7.8) para las trayectorias sin optimizar y la optimizada con el fin de ilustrar una comparativa de la confortabilidad del sistema con estas trayectorias. Se puede observar que en ambos casos, la evolución de las trayectorias se encuentra dentro de los límites impuestos por las restricciones de confortabilidad explicadas en el capítulo 5 pero los valores del factor de pico para la trayectoria sin optimizar (figura 7.8a) son sensiblemente menores que los valores obtenidos para la trayectoria optimizada (figura 7.8b), lo que demuestra que la trayectoria sin optimizar tiene mayor confortabilidad que la optimizada.

Se puede concluir el estudio viendo que las dos trayectorias son confortables para el pasajero, al haberse hecho énfasis en el mantenimiento de la verticalidad y en no exceder los valores máximos de aceleraciones de confort, aunque La trayectoria sin optimizar aporta una mayor confortabilidad al pasajero y presenta un control más simple al recaer todo el proceso de estabilización del sistema sobre uno solo de los actuadores que forman el mecanismo de posicionamiento del sistema, mientras que la trayectoria optimizada lleva consigo una mayor complicación en los algoritmos de control al necesitar un movimiento coordinado de todos los actuadores del sistema. El inconveniente principal que presenta la trayectoria sin optimizar frente a la trayectoria optimizada es el requerimiento de un mayor porcentaje de tiempo invertido para superar el obstáculo.

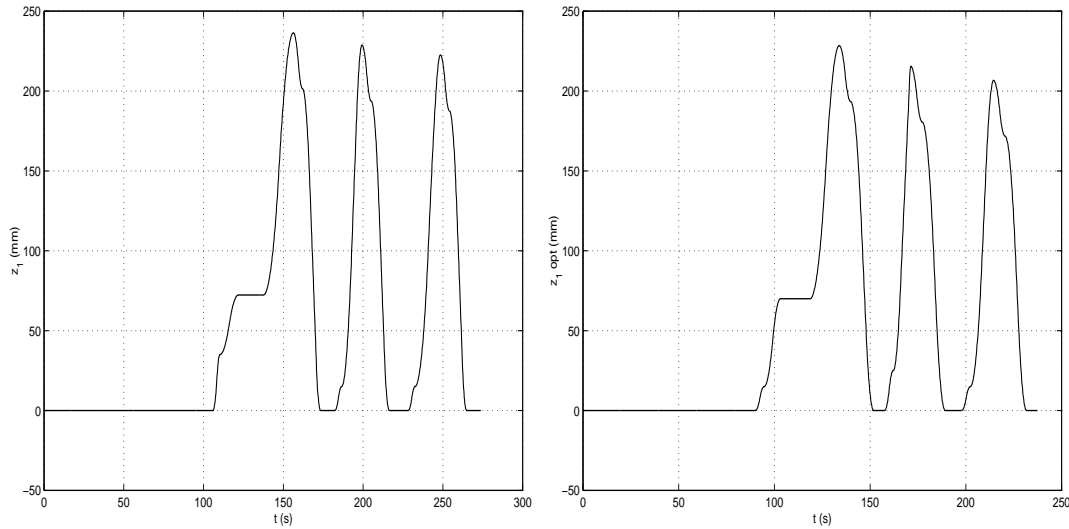


Figura 7.3: (a) Evolución de la longitud instantánea del mecanismo de remonte  $z_1$  del tren T1 para la trayectoria sin optimizar; (b) Evolución de la longitud instantánea del mecanismo de remonte  $z_1$  del tren T1 para la trayectoria optimizada

## 7.4 Resumen

A partir del estudio del comportamiento del prototipo en el proceso de subida y bajada de escaleras, se ha podido comprobar que hay un porcentaje del tiempo de subida de escaleras en el que la silla de ruedas permanece parada. Estos tiempos muertos son debidos a los cambios de configuración a los que se ve sometido el prototipo para hacer frente a los obstáculos que se interponen. Mediante un algoritmo de optimización de trayectorias, se pretende disminuir el porcentaje de tiempo en el que la silla de ruedas permanece parada a costa de tener una pequeña desviación de la trayectoria inicial a seguir. Se han realizado los modelos de optimización oportunos y se han validado sobre la plataforma experimental resultando que la trayectoria optimizada reduce el porcentaje de tiempos muertos en más del 25% con respecto a la trayectoria sin optimizar manteniéndose en todo momento dentro de los márgenes de confortabilidad para el pasajero. Los inconvenientes de la trayectoria optimizada son la desviación con respecto a la trayectoria ideal en los instantes en los que se utiliza el algoritmo de optimización, una reducción de la confortabilidad y la necesidad de un sistema de control más complejo que logre un movimiento coordinado de todos los actuadores del sistema.

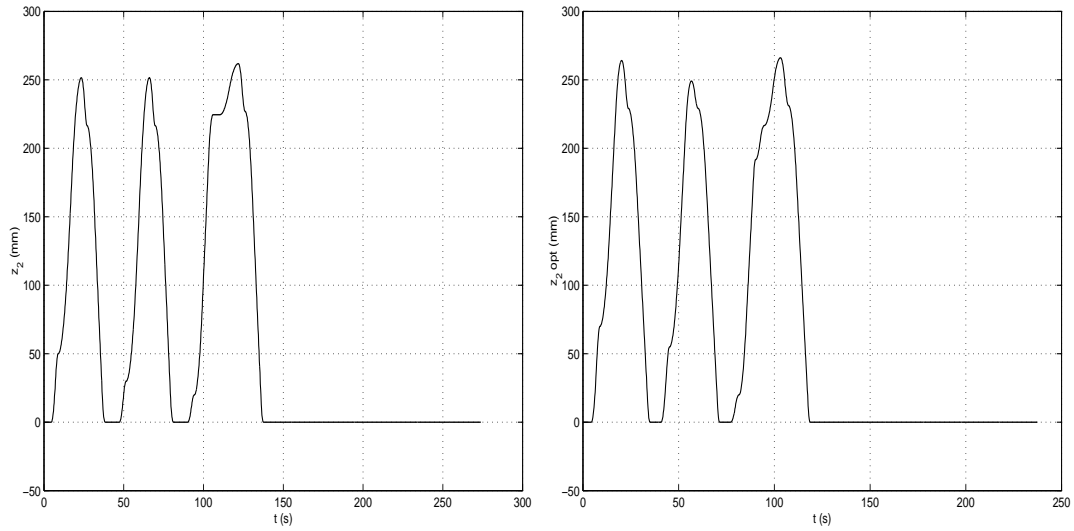


Figura 7.4: (a) Evolución de la longitud instantánea del mecanismo de remonte  $z_2$  del tren T2 para la trayectoria sin optimizar; (b) Evolución de la longitud instantánea del mecanismo de remonte  $z_2$  del tren T2 para la trayectoria optimizada

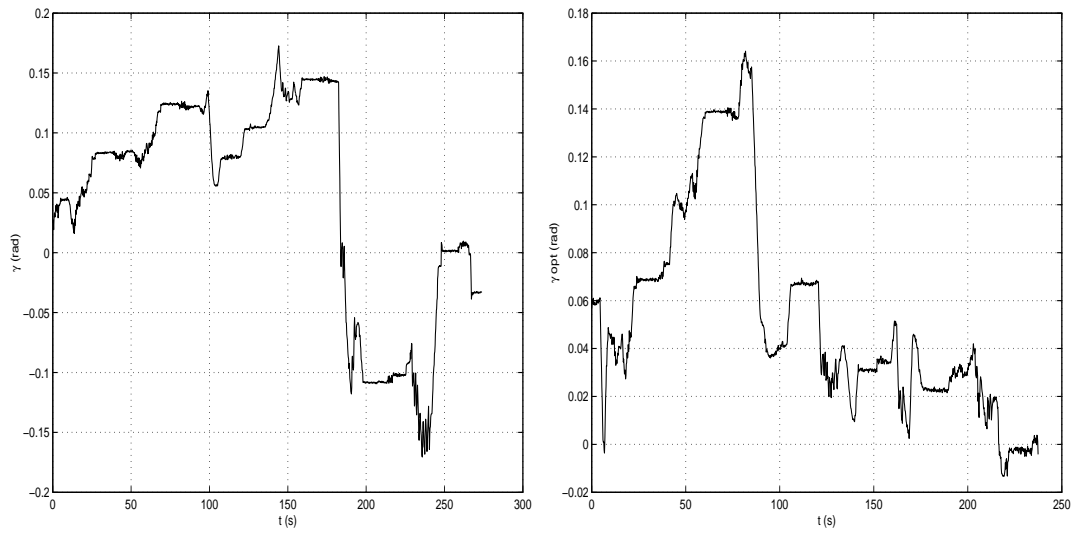


Figura 7.5: (a) Evolución de la inclinación de la silla de ruedas  $\gamma$  con respecto a la dirección de la gravedad para la trayectoria sin optimizar; (b) Evolución de la inclinación de la silla de ruedas  $\gamma$  con respecto a la dirección de la gravedad para la trayectoria optimizada

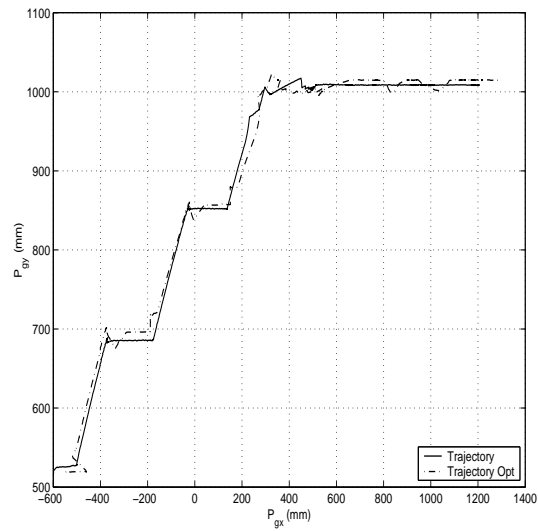


Figura 7.6: Trayectorias espaciales experimentales sin optimizar y optimizadas para el centro de masas de la silla de ruedas

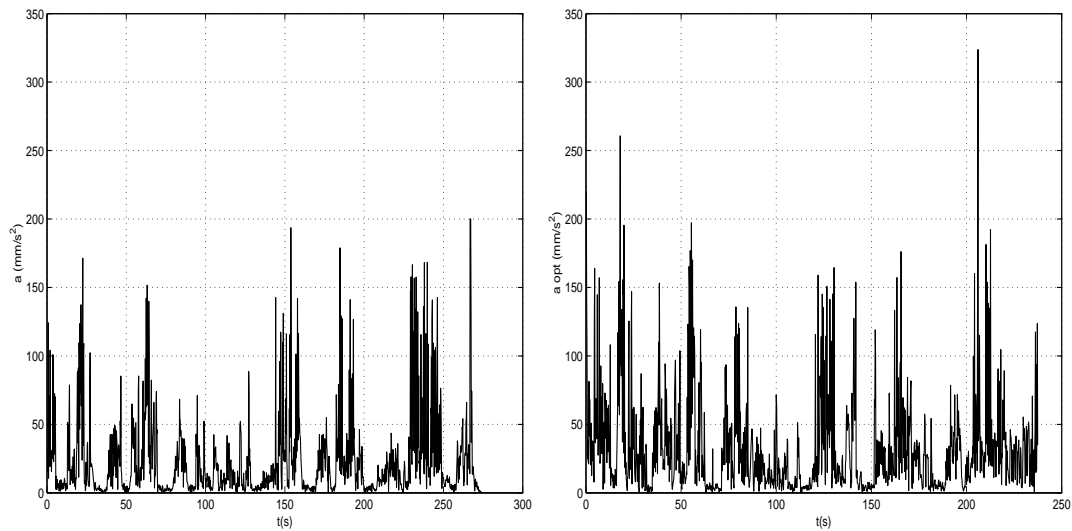


Figura 7.7: (a) Evolución del módulo de la aceleración del centro de masas para la trayectoria sin optimizar; (b) Evolución de la aceleración del centro de masas para la trayectoria optimizada.



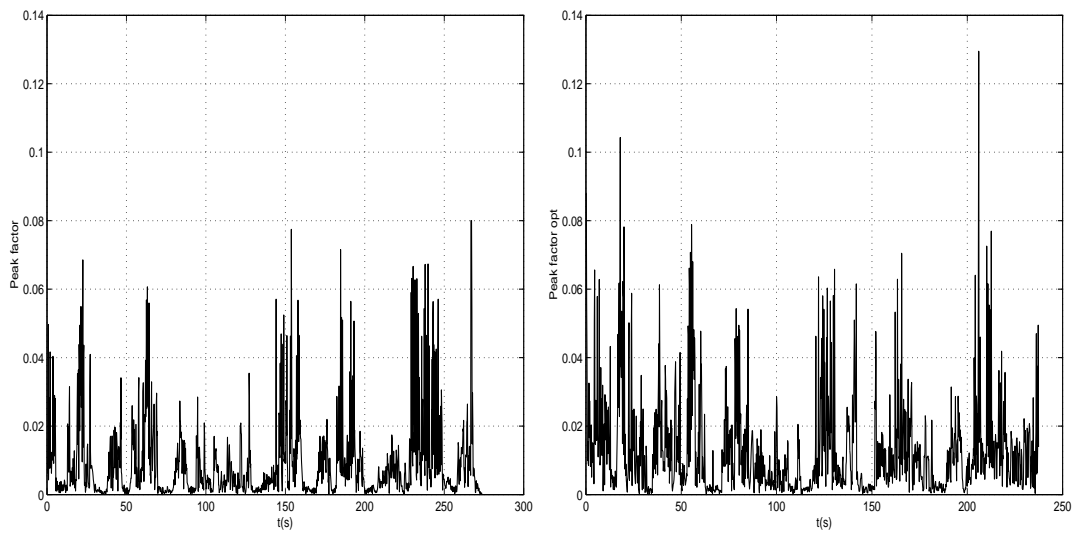


Figura 7.8: (a) Evolución del factor de pico para la trayectoria sin optimizar; (b) Evolución del factor de pico para la trayectoria optimizada.



## Capítulo 8

# Control del prototipo

### 8.1 Introducción

Las diferentes tipologías de robots ilustradas a lo largo del capítulo 1 aunque atienden a diversos tipos de esquemas, todas ellas poseen en común el afán por lograr que el prototipo llegue a su destino de forma segura. Esto implica que una de las principales cualidades a tener en cuenta en este tipo de robots es la capacidad de reacción ante situaciones inesperadas para desenvolverse, de modo eficaz, en entornos desestructurados.

La navegación se define como la metodología que permite guiar el curso de un robot móvil a través de un entorno con obstáculos. Las tareas involucradas en la navegación de un robot móvil son la percepción del entorno a través de sus sensores de modo que le permita crear una abstracción del mundo, la planificación de una trayectoria libre de obstáculos para alcanzar el punto de destino seleccionado y el guiado del vehículo a través de la referencia construida.

La clave para adaptarse a diversos entornos, aunque no se posea un conocimiento exhaustivo del mismo, reside en la distinción efectuada entre planificación global y local (Levi, 1987). La planificación global tiene como objetivo diseñar la ruta que debe llevar el robot según las especificaciones del problema que debe resolverse. En estas planificaciones no se consideran los detalles del entorno local del vehículo. Por tanto, esta planificación es una primera aproximación a la ruta real que llevará el vehículo. Por otro lado, la planificación local se encarga de resolver las obstrucciones sobre la ruta global en el entorno local al robot para determinar la ruta real que será seguida. El modelo del entorno local se construye mediante la fusión de la información proporcionada por los sensores externos del robot móvil.

La construcción de la ruta global puede realizarse antes de que el vehículo comience a ejecutar la tarea. Cuando la navegación se realiza sobre entornos totalmente conocidos

resulta innecesario proceder a una planificación local. Sin embargo, a medida que disminuye el conocimiento de la zona por la cual el robot móvil realiza su tarea, aumenta la relevancia de la planificación local, la cual se lleva a cabo en tiempo de ejecución.

En aplicaciones de navegación en exteriores o campo a través (Daily, 1988), (Brumitt B., 1992) el conocimiento que se posee del entorno es pobre y por tanto se necesita hacer un uso intensivo de la planificación local. Hay prototipos donde la navegación está confiada totalmente al planificador local (Goto Y., 1987), el cual se responsabiliza de construir el camino que debe seguir el vehículo de forma dinámica a medida que se navega, haciendo un uso intenso del sistema sensorial. Por tanto, dependiendo del conocimiento que se disponga sobre la estructura del entorno de trabajo en el que actuará el robot móvil, se dará una diferente ponderación a la planificación global o local. En este apartado, existen dos diferentes filosofías de navegación. Por un lado se encuentra la navegación estratégica (Brooks, 1986), la cual se caracteriza por la necesidad de conocer con el mínimo error posible la posición actual del vehículo, ya que la realimentación de esta información es la base para el cálculo de la próxima acción de control. Mediante el uso de técnicas odométricas el vehículo puede realizar esta acción, pero debido a la naturaleza del método y a las características de los sensores utilizados, la estimación efectuada se ve afectada por errores acumulativos (Watanabe Y., 1990). Cuando dichos errores alcanzan niveles indeseables se hace necesario eliminarlos mediante la utilización de algoritmos de estimación de la posición basados en referencias externas (González, 1993). La navegación estratégica tiene sus limitaciones en entornos dinámicos no conocidos, ya que requiere un completo conocimiento de la dinámica de los posibles obstáculos móviles, además de una adecuada actualización del mapa de entorno.

Por otro lado, como filosofía alternativa a la navegación estratégica, se encuentra la navegación reactiva, consistente en el uso intensivo de sensores de bajo coste (transductores ultrasónicos, sensores infrarojos, sensores táctiles, etc.) con el fin de reaccionar dinámicamente ante el entorno (Brooks, 1983). La navegación reactiva ha sido implantada en múltiples aplicaciones (Arkin, 1987), (Anderson T.L., 1988) entre las que predominan los comportamientos de supervivencia, dando lugar a robots errantes que se mueven con libertad por entornos desconocidos e incluso dinámicos, sin colisionar con los obstáculos, pero que raramente obedecen a un plan establecido, imprescindible en misiones reales.

## 8.2 Descripción de la filosofía de navegación del prototipo

En los capítulos anteriores se ha partido del conocimiento previo tanto de la posición en la que se encontraba la silla de ruedas con respecto a la escalera como de la geometría de

la escalera. Por tanto, hasta ahora, únicamente se ha hecho uso del planificador global de trayectorias, realizándose la planificación de la trayectoria previamente a la ejecución de la misma. Este es el momento de dar un paso más allá para conseguir una mayor capacidad de movimiento sobre entornos en los que la geometría no es totalmente conocida, realizando la planificación de trayectorias en tiempo de ejecución. En este caso, se hará uso de la fusión de los sistemas sensoriales internos y externos de la silla, con el fin de reaccionar dinámicamente ante el entorno.

Para la consecución de tal fin, la arquitectura de control de la silla de ruedas se ha basado en la descomposición de la arquitectura general en módulos especializados en realizar tareas individuales, denominados comportamientos y que coinciden con las diferentes fases en las que se puede encontrar la silla de ruedas a lo largo del proceso de subida o bajada de escaleras. Se trata por tanto de una descomposición vertical del problema de navegación que se comporta de forma eficiente en entornos dinámicos donde se posee un conocimiento impreciso de los mismos (navegación reactiva).

En cada instante de navegación, la arquitectura de control de la silla de ruedas, a partir de la información extraída del entorno local del robot, activa uno o varios comportamientos simples que suman sus actuaciones, de forma que el comportamiento final resulta una mezcla de los comportamientos simples activados. La figura 8.1 representa el llamado diagrama de comportamientos de la silla de ruedas y ayuda a entender de una forma muy simple como es la navegación del prototipo cuando trabaja sobre entornos desestructurados con discontinuidades (escalones). Este diagrama tiene la forma de un grafo dirigido con información adicional añadida. Los nodos del grafo son las fases o comportamientos y se usan para señalar cual es el comportamiento que está adoptando la silla en ese preciso momento. Las aristas del diagrama se etiquetan con caracteres y se llaman transiciones. Si se activa una determinada transición y ésta concuerda con una que parta del estado actual, se desplazará al comportamiento al que esté dirigida la arista correspondiente. A continuación se definirá el significado de cada uno de los comportamientos y de cada una de las transiciones:

- *Comportamientos.* Corresponden a las diferentes configuraciones en las que se puede encontrar la silla de ruedas a lo largo del proceso de subida o bajada de escaleras.
  - I : Los dos trenes en modo rodadura
  - II : Tren T1 en modo rodadura y tren T2 desplegando su mecanismo de remonte.
  - III : Tren T2 en modo rodadura y tren T1 desplegando su mecanismo de remonte.
  - IV : Trenes T1 y T2 desplegando sus correspondientes mecanismos de remonte.

- *Transiciones.* La información obtenida mediante el sistema sensorial interno (interruptores de remonte total del escalón) y externo (ultrasonidos) del prototipo:
  - A : Superación de la distancia umbral predefinida entre el eje de las ruedas del tren T1 y el borde o frontal del escalón correspondiente.
  - B : Superación de la distancia umbral predefinida entre el eje de las ruedas del tren T2 y el borde o frontal del escalón correspondiente.
  - C : Superación total del obstáculo por parte de las ruedas del tren T1.
  - D : Superación total del obstáculo por parte de las ruedas del tren T2.

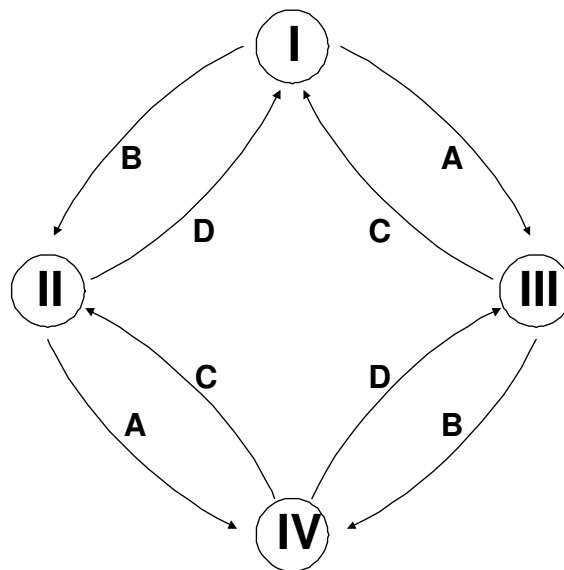


Figura 8.1: Diagrama de Comportamientos de la Silla de Ruedas

En el caso de un vehículo como la silla de ruedas además de la superación del obstáculo, se debe tener en cuenta que debe portar a pacientes con algún tipo de minusvalía. Esto hace que el movimiento se deba realizar de forma suave y que la inclinación del chasis de la silla con respecto a la dirección de la gravedad se mantenga dentro de los márgenes de seguridad. Por ello, en todo momento, se deberá realizar un control de la inclinación del chasis de forma que la verticalidad del chasis se mantenga dentro de los márgenes de seguridad y no haya peligro de vuelco para el paciente.

### 8.3 Estudio de la estabilidad del sistema

Como paso previo a la realización del algoritmo de control, la primera propiedad que es necesario conocer del sistema es cuándo éste es estable, bajo qué condiciones y cerca de qué puntos de operación. Existen muchos enfoques para el análisis de la estabilidad de los sistemas de control invariantes en el tiempo. Sin embargo, para los sistemas no lineales y/o los sistemas variantes con el tiempo, el análisis de la estabilidad resulta muy difícil o imposible. El análisis de estabilidad de Liapunov es un método que se aplica para encontrar respuestas a las preguntas sobre la estabilidad de los sistemas no lineales.

El método de Liapunov tiene la ventaja de que no requiere de las soluciones de las ecuaciones diferenciales. Mediante este método se determina la estabilidad de un sistema sin resolver las ecuaciones de estado. Esto ofrece una gran ventaja porque, por lo general, es muy difícil despejar las ecuaciones de estado no lineales y/o variantes con el tiempo. Antes de probar la estabilidad del sistema, se enunciarán una serie de definiciones y el teorema de Liapunov (Queiroz M.S., 2000).

**Definición 8.3.1 (Estabilidad en el sentido de Liapunov):** Considérese el sistema  $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x})$ , donde  $\mathbf{x}$  es el vector de estado de dimensión  $n$  y  $f$  es una función (lineal o no lineal) que depende de  $\mathbf{x}$ . El punto de equilibrio  $\mathbf{x} = 0$  se denomina estable si para todo  $\varepsilon > 0$ , existe  $\delta > 0$  tal que si  $\|\mathbf{x}(0)\| < \delta$  entonces  $\|\mathbf{x}(t)\| < \varepsilon$  para todo  $t > 0$ . En caso contrario el punto de equilibrio es inestable.

**Definición 8.3.2 (Función de Liapunov):** Una función  $V(\mathbf{x}, t)$  se dice que es una función de Liapunov en un entorno del origen de coordenadas, si sus derivadas parciales primeras son continuas,  $V(\mathbf{x}, t)$  es definida positiva y  $\dot{V}(\mathbf{x}, t)$  es semidefinida negativa en el entorno del origen de coordenadas.

**Teorema 8.3.1 (Teorema de Liapunov):** Sea el sistema  $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, t)$  con un punto de equilibrio en el origen  $f(\mathbf{0}, t) = 0, \forall t$ . Si existe una función de Liapunov  $V(\mathbf{x})$  para el sistema en un dominio que contenga al origen, entonces el sistema es estable (en el sentido Liapunov).

- Si la función de Liapunov  $V(\mathbf{x})$  tiene derivada  $\dot{V}(\mathbf{x})$  definida negativa en el entorno del origen de coordenadas, entonces el sistema es asintóticamente estable.
- Si además,  $V(\mathbf{x}, t) \rightarrow \infty$  cuando  $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$  entonces el sistema es global y asintóticamente estable.

Considérese el estudio de la siguiente función:

$$V(\gamma) = \frac{1}{2}\gamma^2 \quad (8.1)$$

Esta cantidad representa una determinada función de energía que depende de la inclinación  $\gamma$  de la silla de ruedas con respecto a la dirección de la gravedad. Como paso previo para comprobar las condiciones para que (8.1) sea función de Liapunov, se deberán definir los intervalos de valores en los que las variables de estudio pueden operar. Dichos intervalos se muestran a continuación:

$$-\pi \leq \theta_1 \leq \pi \quad (8.2)$$

$$-\pi \leq \theta_2 \leq \pi \quad (8.3)$$

$$-\pi \leq \gamma \leq \pi \quad (8.4)$$

La primera condición para ser función de Liapunov ( $V(\gamma)$  debe ser definida positiva) se cumple puesto que

$$V(\gamma) = \frac{1}{2}\gamma^2 \geq 0 \quad (8.5)$$

Para comprobar la segunda condición ( $\dot{V}(\gamma)$  debe ser definida negativa) se calculará en primer lugar la derivada temporal de la función de Liapunov, obteniendo:

$$\dot{V}(\gamma) = \gamma\dot{\gamma} \quad (8.6)$$

Para garantizar que la derivada de la función de Liapunov sea definida negativa se deberán estudiar las siguientes dos condiciones para cada una de las fases que componen el comportamiento total de la silla de ruedas. Estas condiciones son las que se muestran a continuación:

- Si  $\gamma > 0$  entonces se debe cumplir que  $\dot{\gamma} < 0$ .
- Si  $\gamma < 0$  entonces se debe cumplir que  $\dot{\gamma} > 0$ .

### 8.3.1 Estudio de la segunda condición del teorema de Liapunov para la Fase 1: Los dos ejes en modo rodadura

Para esta fase, la expresión de  $\dot{\gamma}$  se obtiene derivando e igualando la componente imaginaria de las expresiones (4.15) y (4.16), resultando:



$$\dot{\gamma} = -\frac{\sin(\theta_1 + \gamma)\dot{\theta}_1 - \sin(\theta_2 - \gamma)\dot{\theta}_2}{\sin(\theta_2 - \gamma) + \sin(\theta_1 + \gamma)} \quad (8.7)$$

Para lograr el cumplimiento de (8.6) se deben considerar únicamente los dos casos posibles respecto a la naturaleza de  $\gamma$  al inicio del experimento. Si se supone que  $\gamma$  es negativo, entonces el valor de inclinación es menor que el valor deseado ( $\gamma = 0$ ), se deberá conseguir que la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea positiva para garantizar el crecimiento de  $\gamma$ , desde el valor negativo hasta el valor cero. Como se puede ver a partir de (8.7) y con los intervalos físicos definidos para las variables, no es posible la obtención de una expresión compacta que logre que la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea positiva. Para solventar favorablemente este inconveniente, se ha realizado el estudio del signo del denominador de (8.7) y, dependiendo de dicho valor, se han obtenido las relaciones necesarias para obtener el crecimiento de  $\dot{\gamma}$ , resultando:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 < \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 & \text{si denominador de (8.7) } > 0 \\ \dot{\theta}_1 > \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 & \text{si denominador de (8.7) } < 0 \end{cases} \quad (8.8)$$

Por otro lado, si  $\gamma$  es inicialmente positiva, entonces se deberá conseguir que el valor de la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea negativa para garantizar el decrecimiento de  $\gamma$ , desde el valor positivo hasta el valor cero. Realizando nuevamente el estudio del signo del denominador de (8.7) se han obtenido las relaciones necesarias para obtener el decrecimiento de  $\dot{\gamma}$ , resultando:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 > \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 & \text{si denominador de (8.7) } > 0 \\ \dot{\theta}_1 < \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 & \text{si denominador de (8.7) } < 0 \end{cases} \quad (8.9)$$

Particularizando el problema en función de la geometría real de los actuadores lineales que componen el sistema de estabilización se obtiene que el intervalo de variación de los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$  está comprendido entre  $55^\circ \div 125^\circ$  ( $0.9599 \div 2,1817$  rad). Con estos valores, se puede obtener fácilmente que la región de convergencia para  $\gamma$  está comprendida entre  $-55^\circ \div 55^\circ$  ( $-0.9599 \div 0.9599$  rad). Sin embargo, teniendo en cuenta las restricciones mecánicas del sistema, las normas de edificación actuales (DIN18065, 2001) y la tipología de obstáculos que el prototipo es capaz de superar se puede comprobar aplicando la expresión (4.14) que los valores de inclinación obtenidos están comprendidos en todo momento dentro del intervalo de convergencia definido para el ángulo  $\gamma$ . En este caso, el denominador de la expresión (8.7) será siempre positivo en todo el rango de funcionamiento del prototipo, por lo que será necesario únicamente estudiar el comportamiento del numerador. Considerando en este momento los posibles casos respecto a la naturaleza de  $\gamma$  al inicio del experimento, si  $\gamma$  es negativo, se

deberá conseguir que la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea positiva para garantizar el crecimiento de  $\gamma$  desde el valor negativo hasta el valor cero, dando lugar a la siguiente relación:

$$\dot{\theta}_1 < \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 \quad (8.10)$$

Por otro lado, si  $\gamma$  es inicialmente positivo, se deberá conseguir que la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea negativa para garantizar el decrecimiento de  $\gamma$  desde el valor positivo hasta el valor cero, dando lugar a la siguiente relación:

$$\dot{\theta}_1 > \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 \quad (8.11)$$

### 8.3.2 Estudio de la segunda condición del teorema de Liapunov para la Fase 2: Tren T1 en modo rodadura y tren T2 desplegando su mecanismo de remonte.

Para esta fase, la expresión de  $\dot{\gamma}$  se obtiene derivando e igualando la componente imaginaria de las expresiones (4.23) y (4.24), resultando:

$$\dot{\gamma} = - \frac{l_3 \left( \sin(\theta_1 + \gamma) \dot{\theta}_1 - \sin(\theta_2 - \gamma) \dot{\theta}_2 \right) - \dot{z}_2 \sin(\mu + \gamma)}{- (l_1 - l_7) \sin \gamma + l_6 \cos \gamma - z_2 \cos(\mu + \gamma) + l_3 (\sin(\theta_2 - \gamma) + \sin(\theta_1 + \gamma))} \quad (8.12)$$

Para lograr el cumplimiento de (8.6) se deben considerar únicamente los dos casos posibles respecto a la naturaleza de  $\gamma$  al inicio del experimento. Si se supone que  $\gamma$  es negativo, entonces el valor de inclinación es menor que el valor deseado ( $\gamma = 0$ ), se deberá conseguir que la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea positiva para garantizar el crecimiento de  $\gamma$ , desde el valor negativo hasta el valor cero. Como se puede ver a partir de (8.12) y con los intervalos físicos definidos para las variables, no es posible la obtención de una expresión compacta que logre que la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea positiva. Para solventar favorablemente este inconveniente, se ha realizado el estudio del signo del denominador de (8.12) y, dependiendo de dicho valor, se han obtenido las relaciones necesarias para obtener el crecimiento de  $\dot{\gamma}$ , resultando:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 < \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 + \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{\dot{z}_2}{l_3} & \text{si denominador de (8.12) } > 0 \\ \dot{\theta}_1 > \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 + \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{\dot{z}_2}{l_3} & \text{si denominador de (8.12) } < 0 \end{cases} \quad (8.13)$$

Por otro lado, si  $\gamma$  es inicialmente positiva, entonces se deberá conseguir que el valor de la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea negativa para garantizar el decrecimiento de  $\gamma$ , desde el valor positivo

hasta el valor cero. Realizando nuevamente el estudio del signo del denominador de (8.12) se han obtenido las relaciones necesarias para obtener el decrecimiento de  $\dot{\gamma}$ , resultando:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 > \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 + \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{\dot{z}_2}{l_3} & \text{si denominador de (8.12) } > 0 \\ \dot{\theta}_1 < \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 + \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{\dot{z}_2}{l_3} & \text{si denominador de (8.12) } < 0 \end{cases} \quad (8.14)$$

Particularizando el problema en función de la geometría real de los actuadores lineales definida en el caso previo, se puede obtener fácilmente que la región de convergencia para  $\gamma$  en esta fase está comprendida entre  $-55^\circ \div 55^\circ$  ( $-0.9599 \div 0.9599$  rad). Además, teniendo en cuenta las restricciones mecánicas del sistema, las normas de edificación actuales y la tipología de obstáculos que el prototipo es capaz de superar se puede comprobar aplicando la expresión (4.22) que los valores de inclinación obtenidos están comprendidos en todo momento dentro del intervalo de convergencia definido para el ángulo  $\gamma$ . En este caso, el denominador de la expresión (8.12) será siempre positivo en todo el rango de funcionamiento del prototipo, por lo que será necesario únicamente estudiar el comportamiento del numerador. Considerando en este momento los posibles casos respecto a la naturaleza de  $\gamma$  al inicio del experimento, si  $\gamma$  es negativo, se deberá conseguir que la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea positiva para garantizar el crecimiento de  $\gamma$  desde el valor negativo hasta el valor cero, dando lugar a la siguiente relación:

$$\dot{\theta}_1 < \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 + \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{\dot{z}_2}{l_3} \quad (8.15)$$

Por otro lado, si  $\gamma$  es inicialmente positivo, se deberá conseguir que la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea negativa para garantizar el decrecimiento de  $\gamma$  desde el valor positivo hasta el valor cero, dando lugar a la siguiente relación:

$$\dot{\theta}_1 > \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 + \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{\dot{z}_2}{l_3} \quad (8.16)$$

### 8.3.3 Estudio de la segunda condición del teorema de Liapunov para la Fase 3: Tren T2 en modo rodadura y tren T1 desplegando su mecanismo de remonte.

Para esta fase, la expresión de  $\dot{\gamma}$  se obtiene derivando e igualando la parte imaginaria de las expresiones (4.30) y (4.31), resultando:

$$\dot{\gamma} = - \frac{l_3 \left( \sin(\theta_1 + \gamma) \dot{\theta}_1 - \sin(\theta_2 - \gamma) \dot{\theta}_2 \right) + \dot{z}_1 \sin(\mu + \gamma)}{z_1 \cos(\mu + \gamma) + l_3 (\sin(\theta_2 - \gamma) + \sin(\theta_1 + \gamma))} \quad (8.17)$$

Para lograr el cumplimiento de (8.6) se deben considerar únicamente los dos casos posibles respecto a la naturaleza de  $\gamma$  al inicio del experimento. Si se supone que  $\gamma$  es negativo, entonces el valor de inclinación es menor que el valor deseado ( $\gamma = 0$ ), se deberá conseguir que la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea positiva para garantizar el crecimiento de  $\gamma$ , desde el valor negativo hasta el valor cero. Como se puede ver a partir de (8.17) y con los intervalos físicos definidos para las variables, no es posible la obtención de una expresión compacta que logre que la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea positiva. Para solventar favorablemente este inconveniente, se ha realizado el estudio del signo del denominador de (8.17) y, dependiendo de dicho valor, se han obtenido las relaciones necesarias para obtener el crecimiento de  $\dot{\gamma}$ , resultando:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 < \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 - \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{\dot{z}_1}{l_3} & \text{si denominador de (8.17) } > 0 \\ \dot{\theta}_1 > \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 - \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{\dot{z}_1}{l_3} & \text{si denominador de (8.17) } < 0 \end{cases} \quad (8.18)$$

Por otro lado, si  $\gamma$  es inicialmente positiva, entonces se deberá conseguir que el valor de la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea negativa para garantizar el decrecimiento de  $\gamma$ , desde el valor positivo hasta el valor cero. Realizando nuevamente el estudio del signo del denominador de (8.17) se han obtenido las relaciones necesarias para obtener el decrecimiento de  $\dot{\gamma}$ , resultando:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 > \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 - \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{\dot{z}_1}{l_3} & \text{si denominador de (8.17) } > 0 \\ \dot{\theta}_1 < \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 - \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{\dot{z}_1}{l_3} & \text{si denominador de (8.17) } < 0 \end{cases} \quad (8.19)$$

Particularizando el problema en función de la geometría real de los actuadores lineales definida en los casos anteriores, se puede obtener fácilmente que la región de convergencia para  $\gamma$  en esta fase está comprendida entre  $-55^\circ \div 55^\circ$  ( $-0.9599 \div 0.9599$  rad). Además, teniendo en cuenta las restricciones mecánicas del sistema, las normas de edificación actuales y la tipología de obstáculos que el prototipo es capaz de superar se puede comprobar aplicando la expresión (4.29) que los valores de inclinación obtenidos están comprendidos en todo momento dentro del intervalo de convergencia definido para el ángulo  $\gamma$ . En este caso, el denominador de la expresión (8.17) será siempre positivo en todo el rango de funcionamiento del prototipo, por lo que será necesario únicamente estudiar el comportamiento del numerador. Considerando en este momento los posibles casos respecto a la naturaleza de  $\gamma$  al inicio del experimento, si  $\gamma$  es negativo, se deberá conseguir que la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea positiva para garantizar el crecimiento de  $\gamma$  desde el valor negativo hasta el valor cero, dando lugar a la siguiente relación:

$$\dot{\theta}_1 < \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 - \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{\dot{z}_1}{l_3} \quad (8.20)$$

Por otro lado, si  $\gamma$  es inicialmente positiva, entonces se deberá conseguir que el valor de la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea negativa para garantizar el decrecimiento de  $\gamma$  desde el valor negativo hasta el valor cero. En este caso se deberá cumplir la siguiente relación:

$$\dot{\theta}_1 > \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 - \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{\dot{z}_1}{l_3} \quad (8.21)$$

#### 8.3.4 Estudio de la segunda condición del teorema de Liapunov para la Fase 4: Trenes T1 y T2 desplegando sus correspondientes mecanismos de remonte

Para esta fase la expresión de  $\dot{\gamma}$  se obtiene derivando e igualando la componente imaginaria de las expresiones (4.37) y (4.38), resultando:

$$\dot{\gamma} = - \frac{l_3 \left( \sin(\theta_1 + \gamma) \dot{\theta}_1 - \sin(\theta_2 - \gamma) \dot{\theta}_2 \right) - (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \sin(\mu + \gamma)}{(z_1 - z_2) \cos(\mu + \gamma) - (l_1 - l_7) \sin \gamma + l_6 \cos \gamma + l_3 (\sin(\theta_2 - \gamma) + \sin(\theta_1 + \gamma))} \quad (8.22)$$

Para lograr el cumplimiento de (8.6) se deben considerar únicamente los dos casos posibles respecto a la naturaleza de  $\gamma$  al inicio del experimento. Si se supone que  $\gamma$  es negativo, entonces el valor de inclinación es menor que el valor deseado ( $\gamma = 0$ ), se deberá conseguir que la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea positiva para garantizar el crecimiento de  $\gamma$ , desde el valor negativo hasta el valor cero. Como se puede ver a partir de (8.22) y con los intervalos físicos definidos para las variables, no es posible la obtención de una expresión compacta que logre que la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea positiva. Para solventar favorablemente este inconveniente, se ha realizado el estudio del signo del denominador de (8.22) y, dependiendo de dicho valor, se han obtenido las relaciones necesarias para obtener el crecimiento de  $\dot{\gamma}$ , resultando:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 < \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 + \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)}{l_3} & \text{si denominador de (8.22) } > 0 \\ \dot{\theta}_1 > \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 + \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)}{l_3} & \text{si denominador de (8.22) } < 0 \end{cases} \quad (8.23)$$

Por otro lado, si  $\gamma$  es inicialmente positiva, entonces se deberá conseguir que el valor de la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea negativa para garantizar el decrecimiento de  $\gamma$ , desde el valor positivo hasta el valor cero. Realizando nuevamente el estudio del signo del denominador de (8.22) se han obtenido las relaciones necesarias para obtener el decrecimiento de  $\dot{\gamma}$ , resultando:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 > \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 + \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)}{l_3} & \text{si denominador de (8.22) } > 0 \\ \dot{\theta}_1 < \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 + \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)}{l_3} & \text{si denominador de (8.22) } < 0 \end{cases} \quad (8.24)$$

Particularizando el problema en función de la geometría real de los actuadores lineales definida en los casos anteriores, se puede obtener fácilmente que la región de convergencia para  $\gamma$  en esta fase está comprendida entre  $-55^\circ \div 55^\circ$  ( $-0.9599 \div 0.9599$  rad). Además, teniendo en cuenta las restricciones mecánicas del sistema, las normas de edificación actuales y la tipología de obstáculos que el prototipo es capaz de superar se puede comprobar aplicando la expresión (4.36) que los valores de inclinación obtenidos están comprendidos en todo momento dentro del intervalo de convergencia definido para el ángulo  $\gamma$ . En este caso, el denominador de la expresión (8.22) será siempre positivo en todo el rango de funcionamiento del prototipo, por lo que será necesario únicamente estudiar el comportamiento del numerador. Considerando en este momento los posibles casos respecto a la naturaleza de  $\gamma$  al inicio del experimento, si  $\gamma$  es negativo, se deberá conseguir que la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea positiva para garantizar el crecimiento de  $\gamma$  desde el valor negativo hasta el valor cero, dando lugar a la siguiente relación:

$$\dot{\theta}_1 < \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 + \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)}{l_3} \quad (8.25)$$

Por otro lado, si  $\gamma$  es inicialmente positiva, entonces se deberá conseguir que el valor de la derivada temporal  $\dot{\gamma}$  sea negativa para garantizar el decrecimiento de  $\gamma$  desde el valor negativo hasta el valor cero. En este caso se deberá cumplir la siguiente relación:

$$\dot{\theta}_1 > \frac{\sin(\theta_2 - \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \dot{\theta}_2 + \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin(\theta_1 + \gamma)} \frac{(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)}{l_3} \quad (8.26)$$

## 8.4 Control de estabilización del chasis del prototipo

Para realizar el control de estabilización de la silla de ruedas, se ha realizado un control en modo deslizante. Este tipo de control es una técnica muy bien conocida de control en lazo cerrado discontinua que ha sido estudiada por multitud de autores en libros y revistas especializadas. La aplicación de este tipo de control es muy variada, pudiéndose encontrar aplicaciones a sistemas electromecánicos (Utkin V.I., 1999), (Utkin, 1992), convertidores de potencia (Utkin, 1978), robótica (Huang A., 2004), (Zhihong M., 1996), (Sira-Ramirez, 1994) e incluso a diferentes aplicaciones industriales y de laboratorio (Edwards C., 1998). Como bien es sabido, nuestro sistema es un sistema de estructura variable, ya que admite descripciones matemáticas diferentes durante períodos de operación diferentes. En este caso, se regulará este sistema de estructura variable mediante un conmutador que hará la función de variable de control. La característica fundamental de este tipo de control en modo deslizante radica en que el movimiento del estado del sistema es limitado a una trayectoria previamente definida,

denominada superficie de deslizamiento, por la cual desliza hacia el origen en el espacio de estado.

La superficie de deslizamiento  $S(\gamma) = 0$  define esta trayectoria. La estructura del lazo de control permanece fija hasta que el estado cruza  $S(\gamma) = 0$  y entonces es ajustada para que el estado se deslice a lo largo de esta superficie. Este cambio de estructura se realiza mediante una acción conmutativa.

En el diseño de un sistema de control por modo deslizante es necesario:

- Definir la superficie de deslizamiento.
- Garantizar que esta trayectoria atraiga al estado del sistema desde cualquier punto del espacio de estado.

Para abordar esta cuestión se hará uso de los teoremas de estabilidad de Liapunov y se utilizará una función de Liapunov que garantice la estabilidad del sistema al introducir la ley de control que obligue al mismo a moverse por la superficie de deslizamiento. Para ello, se considerará la siguiente función escalar:

$$V(\gamma) = \frac{1}{2}\gamma^2 = \frac{1}{2}\sigma^2(\gamma) \geq 0 \quad (8.27)$$

Esta cantidad representa una determinada energía instantánea de la superficie deslizante función de  $\gamma$  respecto de su valor nulo ( $\sigma(\gamma) = \gamma = 0$ ), la cual define un entorno suave para  $S$ .

Una política de control para alcanzar la condición deseada  $\sigma = 0$  para cualquier vecindad abierta  $S$  es adoptar acciones conmutadas para el control  $u \in \{0, 1\}$  que den como resultado un decrecimiento estricto de  $V(\sigma(\gamma))$ .

Esto puede ser obtenido influyendo sobre el sistema de forma que la variación de velocidad de  $V(\sigma(\gamma))$  sea estrictamente negativa. En otras palabras:

$$\frac{d}{dt}(V(\sigma(\gamma))) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt}(\sigma^2(\gamma)) = \sigma(\gamma)\dot{\sigma}(\gamma) < 0 \quad (8.28)$$

Nuestro interés radica en alcanzar y sostener, la condición  $\sigma(\gamma) = \gamma = 0$  en todo momento, de modo que  $\gamma$  coincida con el valor deseado de inclinación nula constante. La primera fase de la solución del problema, definida como *fase de acercamiento*, será realizar una política de conmutación que garantice el alcance de la condición  $\sigma = 0$  desde cualquier condición de  $\gamma$ . Haciendo uso de un valor apropiado de la variable de control de entrada, la condición  $\sigma = 0$  será obtenida en un determinado instante  $t_h$ , denominado como "tiempo de conmutación",

puesto que, la función  $\sigma$  cambiará su signo inicial. Por tanto, se deberá tener necesariamente un *tiempo finito de alcance* de la condición deseada  $\sigma = 0$ .

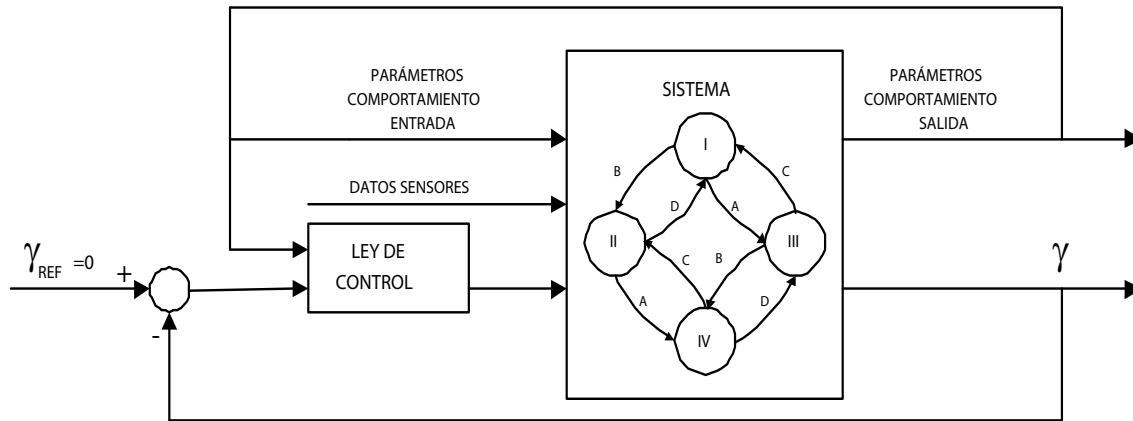


Figura 8.2: Esquema de control de la silla de ruedas

La segunda fase, o *etapa de mantenimiento*, requiere que el movimiento deslizante sea efectivamente mantenido en  $\sigma = 0$  mediante rápidas conmutaciones que corrijan los pequeños sobrepasamientos que pueden ser debidos al uso de conmutadores que no sean infinitamente rápidos. Es decir, se logra, mediante conmutaciones adecuadas, que el ángulo de inclinación  $\gamma$  evolucione en la variedad  $S$ , la cual representa la restricción algebraica deseada y permite a nuestro sistema satisfacer el objetivo de control específico. Entonces, se define el *control equivalente* como la ley de control suave  $u_{eq}(\gamma)$  que logra mantener el ángulo de inclinación  $\gamma$  del sistema evolucionando en la variedad  $S$  de manera posiblemente local, cuando el ángulo inicial  $\gamma_0$  del sistema se encuentra en  $S$ , es decir,  $\sigma(\gamma_0) = 0$ . La función coordenada  $\sigma(\gamma)$  satisface entonces la siguiente condición de invarianza  $\sigma(\gamma) = \dot{\sigma}(\gamma) = 0$ .

Una vez descrita la filosofía de trabajo a realizar, se procederá a explicar de forma detallada el algoritmo de control utilizado para agrupar las diferentes fases en las que se puede encontrar el sistema en el proceso de subida y bajada de escaleras. El esquema de control utilizado se muestra en la figura 8.2. En dicha representación se puede ver que se realiza conjuntamente una navegación reactiva basada en comportamientos y el control del mecanismo de estabilización del ángulo de inclinación  $\gamma$ . Para la implementación del algoritmo de navegación reactiva se parte del conocimiento del estado actual en el que se encuentra la silla y de toda la información de su sistema sensorial interno y externo. Con dicha información, el sistema detecta si se ha activado alguna de las condiciones de transición y en caso afirmativo, conocerá el nuevo comportamiento que tendrá la silla de ruedas.

Por otro lado, para implementar el control de estabilización del ángulo de inclinación



del sistema, se hará uso del conocimiento de la fase en que se encuentra el sistema y de la información proveniente del sistema sensorial. Con estos datos, se generarán las señales de control necesarias para cada uno de los actuadores que componen el sistema. Seguidamente, se presentarán las diferentes leyes de control para lograr la estabilización de la inclinación del chasis de la silla de ruedas con respecto a la vertical para cada una de las fases.

#### 8.4.1 Estabilización Fase 1: Los dos ejes en modo rodadura

Para este caso, se considerará el sistema mecánico mostrado en la figura 4.2a del capítulo 4. La velocidad de movimiento de las ruedas motrices de la silla de ruedas será constante ( $\dot{\theta}_3 = cte$ ) y no se permitirá el movimiento de los mecanismos de remonte ( $\dot{z}_1 = \dot{z}_2 = 0$ ).

En cuanto al control de los actuadores lineales que gobiernan el mecanismo de estabilización de la silla de ruedas se asume que éstos son capaces únicamente de producir una velocidad constante en las dos direcciones. Esto se traduce en la aplicación de dos posibles acciones de control sobre cada uno de los motores,  $+\dot{\theta}_{imax}$  y  $-\dot{\theta}_{imax}$  con  $i = 1, 2$ .

Por otro lado, debido a los grados de libertad adicionales que posee la silla de ruedas, se pueden realizar diferentes tipos de trayectorias para sobrepasar los diferentes obstáculos. En particular, como primer algoritmo de control a usar sobre el prototipo, se impondrán trayectorias para el centro de masas con la misma pendiente de ascenso que la del terreno sobre el que rueda el tren T2. De acuerdo con la sección 5.2.1, se necesita únicamente la acción de control de uno solo de los actuadores y manteniendo fija la posición del otro actuador (resultando un sistema monovariable). Por tanto, se tendrá  $\dot{\theta}_2 = 0$  y  $\dot{\theta}_1$  será la variable a controlar en todo el proceso

Para obtener el valor de la dinámica de la superficie de deslizamiento  $\dot{\sigma}$  en esta fase, se derivan con respecto al tiempo y se igualan las partes imaginarias de las expresiones (4.15) y (4.16), dando lugar al siguiente resultado:

$$\dot{\sigma} = \dot{\gamma} = -\frac{\sin(\theta_1 + \gamma)\dot{\theta}_1 - \sin(\theta_2 - \gamma)\dot{\theta}_2}{\sin(\theta_2 - \gamma) + \sin(\theta_1 + \gamma)} \quad (8.29)$$

Si se aplica a (8.29) la condición de la trayectoria impuesta al centro de masas para superar los escalones, la expresión queda simplificada de la siguiente manera:

$$\dot{\sigma} = \dot{\gamma} = -\frac{\sin(\theta_1 + \gamma)\dot{\theta}_1}{\sin(\theta_2 - \gamma) + \sin(\theta_1 + \gamma)} \quad (8.30)$$

Teniendo en cuenta las hipótesis realizadas en la sección 8.3.1, el denominador de (8.30) es positivo en todo el rango de funcionamiento, siendo necesario únicamente el estudio del

numerador. Para conseguir que la entrada de control adopte valores únicamente en el conjunto discreto  $\{0, 1\}$ , se redefine la entrada de control  $\dot{\theta}_1$  en términos de la posición del conmutador  $u$  como sigue:

$$\dot{\theta}_1 = (2u - 1)\dot{\theta}_{1max}, u \in \{0, 1\} \quad (8.31)$$

donde agrupando las expresiones (8.30) y (8.31) se obtiene la relación entre la dinámica de la superficie de deslizamiento  $\dot{\sigma}$  y la variable de control  $u$  cuyo resultado se muestra a continuación:

$$\dot{\sigma} = \dot{\gamma} = -\frac{\sin(\theta_1 + \gamma)\dot{\theta}_{1max}(2u - 1)}{\sin(\theta_2 - \gamma) + \sin(\theta_1 + \gamma)} \quad (8.32)$$

En este momento, se deben considerar únicamente los dos casos posibles respecto a la naturaleza de  $\sigma$  al inicio del experimento. El valor de  $\sigma$  en el estado inicial puede ser positivo o negativo en  $t = 0$ . Si se supone que es negativo, entonces el valor de inclinación es menor que el valor deseado ( $\gamma = 0$ ). Se debe elegir entonces un valor para el control que garantice el crecimiento de  $\sigma$  desde el valor negativo hasta el valor cero. Ya que la entrada de control  $u$  solo influye en la primera derivada de  $\sigma$  (ver expresión (8.32)), el valor de  $u$  debe ser elegido de forma que se consiga que  $\dot{\sigma}$  sea positiva cumpliendo la condición (8.28). Evidentemente, se seleccionará  $u$  al valor  $u = 0$ . Por otro lado, si  $\sigma$  es inicialmente positiva, entonces la única elección posible es escoger  $u = 1$ .

La elección de la entrada de control garantiza que la derivada temporal de  $\sigma$  sea negativa y, por tanto, el valor de  $\sigma$  puede únicamente decrecer conforme el tiempo aumenta, de forma que la condición  $\sigma = 0$  será alcanzada en un determinado tiempo finito  $t_h$ .

La ley de control o política de conmutación a utilizar en esta fase tiene la siguiente forma:

$$u = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 + \text{sign}(\sigma)) & \text{si } |\sigma| > 0, \\ u_{eq} & \text{si } \sigma = 0. \end{cases} \quad (8.33)$$

donde  $u_{eq}$  es la acción de control que mantiene al sistema en la superficie de deslizamiento obtenida a partir de las *condiciones de invariancia* ( $\sigma = 0$  y  $\dot{\sigma} = 0$ ) y de las expresiones (8.30) y (8.31) resultando:

$$u_{eq} = \frac{1}{2} \quad (8.34)$$

### 8.4.2 Estabilización Fase 2: Tren T1 en modo rodadura y tren T2 desplegando su mecanismo de remonte

Para este segundo comportamiento, se considerará el sistema mecánico mostrado en la figura 4.2b del capítulo 4. La velocidad de movimiento de las ruedas motrices de la silla de ruedas será nula ( $\dot{\theta}_3 = 0$ ) y además, no se permitirá el movimiento del mecanismo de remonte correspondiente al tren T1 ( $\dot{z}_1 = 0$ ). La velocidad de movimiento del mecanismo de remonte del tren T2 debe cumplir una restricción adicional para que se pueda realizar la estabilización como se mostrará a lo largo de esta sección. En cuanto al control de los actuadores lineales que gobiernan el mecanismo de estabilización de la silla de ruedas se asume que éstos son capaces únicamente de producir una velocidad constante en las dos direcciones. Esto se traduce en la aplicación de dos posibles acciones de control sobre cada uno de los motores,  $+\dot{\theta}_{imax}$  y  $-\dot{\theta}_{imax}$  con  $i = 1, 2$ .

Por otro lado, se impondrán trayectorias para el centro de masas con la misma pendiente de ascenso que la del mecanismo de remonte del tren T2. Conforme a la sección 5.2.2, se necesita únicamente la acción de control de uno solo de los actuadores y manteniendo fija la posición del otro actuador (resultando un sistema monovariable). Por tanto, se tendrá  $\dot{\theta}_2 = 0$  y  $\dot{\theta}_1$  será la variable a controlar durante todo el proceso.

Para obtener el valor de la dinámica de la superficie de deslizamiento  $\dot{\sigma}$  en esta fase, se derivan con respecto al tiempo y se igualan las componentes imaginarias de las expresiones (4.23) y (4.24), dando lugar al siguiente resultado:

$$\dot{\sigma} = \dot{\gamma} = -\frac{l_3 \left( \sin(\theta_1 + \gamma)\dot{\theta}_1 - \sin(\theta_2 - \gamma)\dot{\theta}_2 \right) - \dot{z}_2 \sin(\mu + \gamma)}{-(l_1 - l_7) \sin \gamma + l_6 \cos \gamma - z_2 \cos(\mu + \gamma) + l_3 (\sin(\theta_2 - \gamma) + \sin(\theta_1 + \gamma))} \quad (8.35)$$

Si se aplica a (8.35) la condición de la trayectoria impuesta al centro de masas para superar los escalones, la expresión queda simplificada de la siguiente manera:

$$\dot{\sigma} = \dot{\gamma} = -\frac{l_3 \sin(\theta_1 + \gamma)\dot{\theta}_1 - \dot{z}_2 \sin(\mu + \gamma)}{-(l_1 - l_7) \sin \gamma + l_6 \cos \gamma - z_2 \cos(\mu + \gamma) + l_3 (\sin(\theta_2 - \gamma) + \sin(\theta_1 + \gamma))} \quad (8.36)$$

Teniendo en cuenta las hipótesis realizadas en la sección 8.3.2, el denominador de (8.36) es positivo en todo el rango de funcionamiento, siendo únicamente necesario el estudio del numerador. De nuevo, para conseguir que la entrada de control adopte valores únicamente en el conjunto discreto  $\{0, 1\}$ , se redefine la entrada de control  $\dot{\theta}_1$  en términos de la posición del conmutador  $u$  conforme a la expresión (8.31), obteniendo la relación entre la dinámica de

la superficie de deslizamiento  $\dot{\sigma}$  y la variable de control  $u$  mostrada a continuación:

$$\dot{\sigma} = \dot{\gamma} = - \frac{l_3 \sin(\theta_1 + \gamma) \dot{\theta}_{1max}(2u - 1) - \dot{z}_2 \sin(\mu + \gamma)}{-(l_1 - l_7) \sin \gamma + l_6 \cos \gamma - z_2 \cos(\mu + \gamma) + l_3 (\sin(\theta_2 - \gamma) + \sin(\theta_1 + \gamma))} \quad (8.37)$$

Con las definiciones realizadas, se debe considerar a continuación únicamente los dos casos posibles respecto a la naturaleza de  $\sigma$  al inicio del experimento. El valor de  $\sigma$  en el estado inicial puede ser positivo o negativo en  $t = 0$ . Si se supone que es negativo, entonces el valor de inclinación es menor que el valor deseado ( $\gamma = 0$ ). Se debe elegir entonces un valor para el control que garantice el crecimiento de  $\sigma$  desde el valor negativo hasta el valor cero. Ya que la entrada de control  $u$  solo influye en la primera derivada de  $\sigma$  (ver expresión (8.37)), el valor de  $u$  debe ser elegido de forma que se consiga que  $\dot{\sigma}$  sea positiva cumpliendo la condición (8.28). Evidentemente, se seleccionará  $u$  al valor  $u = 0$ . Por otro lado, si  $\sigma$  es inicialmente positiva, entonces la única elección posible es escoger  $u = 1$ .

La elección de la entrada de control garantiza que la derivada temporal de  $\sigma$  sea negativa y, por tanto, el valor de  $\sigma$  puede únicamente decrecer conforme el tiempo aumenta, de forma que la condición  $\sigma = 0$  será alcanzada en un determinado tiempo finito  $t_h$ . La ley de control o política de conmutación a utilizar en esta fase viene dada por la expresión (8.33), pero en este caso, la acción de control  $u_{eq}$  que mantiene al sistema en la superficie de deslizamiento debe cumplir la siguiente restricción obtenida a partir de las *condiciones de invariancia* ( $\sigma = 0$  y  $\dot{\sigma} = 0$ ) y de las expresiones (8.36) y (8.31):

$$u_{eq} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\dot{z}_2 \sin \mu}{l_3 \dot{\theta}_{1max} \sin \theta_1} \right) \quad (8.38)$$

donde el valor de  $\dot{z}_2$  es un parámetro de diseño y se debe escoger de forma que cumpla la siguiente condición:

$$\dot{z}_2 < l_3 \frac{\sin \theta_1}{\sin \mu} \dot{\theta}_{1max} \quad (8.39)$$

#### 8.4.3 Estabilización Fase 3: Tren T2 en modo rodadura y tren T1 desplegando su mecanismo de remonte

Para este tercer comportamiento, se considerará el sistema mecánico mostrado en la figura 4.3a del capítulo 4. En esta fase, no se permitirá el movimiento del mecanismo de remonte correspondiente al tren T2 ( $\dot{z}_1 = 0$ ). En cuanto al control de los actuadores lineales que gobiernan el mecanismo de estabilización de la silla de ruedas se asume que éstos son capaces

únicamente de producir una velocidad constante en las dos direcciones. Esto se traduce en la aplicación de dos posibles acciones de control sobre cada uno de los motores,  $+\dot{\theta}_{imax}$  y  $-\dot{\theta}_{imax}$  con  $i = 1, 2$ . La trayectoria que se impondrá al centro de masas tendrá la misma pendiente de ascenso que la del mecanismo de remonte del tren T1. Esta condición, nos revelará como será el movimiento tanto de los ángulos del mecanismo de estabilización como del desplazamiento de las ruedas motrices (ver sección 5.2.1 y anexo C.3). Se puede ver que con esta elección de movimiento para el centro de masas del sistema se necesita únicamente la acción de control de uno solo de los actuadores, manteniendo fija la posición del otro actuador (resultando un sistema monovariable). Por tanto, se tendrá  $\dot{\theta}_2 = 0$ ,  $\dot{\theta}_1$  será la variable a controlar en todo el proceso y  $\dot{\theta}_3$  vendrá definido a partir de las expresiones mostradas en el anexo C.3. Por último, se debe definir la velocidad de movimiento del mecanismo de remonte del tren T1. Para realizar una elección adecuada del valor de  $\dot{z}_1$  se deberá cumplir una restricción adicional que se calculará a continuación.

Para obtener el valor de la dinámica de la superficie de deslizamiento  $\dot{\sigma}$  en esta fase, se derivan con respecto al tiempo y se igualan las componentes imaginarias de las expresiones (4.30) y (4.31), dando lugar al siguiente resultado:

$$\dot{\sigma} = \dot{\gamma} = -\frac{l_3 \left( \sin(\theta_1 + \gamma)\dot{\theta}_1 - \sin(\theta_2 - \gamma)\dot{\theta}_2 \right) + \dot{z}_1 \sin(\mu + \gamma)}{z_1 \cos(\mu + \gamma) + l_3 (\sin(\theta_2 - \gamma) + \sin(\theta_1 + \gamma))} \quad (8.40)$$

Si se aplica a (8.40) la condición de la trayectoria impuesta al centro de masas para superar los escalones, la expresión queda simplificada de la siguiente manera:

$$\dot{\sigma} = \dot{\gamma} = -\frac{l_3 \sin(\theta_1 + \gamma)\dot{\theta}_1 + \dot{z}_1 \sin(\mu + \gamma)}{z_1 \cos(\mu + \gamma) + l_3 (\sin(\theta_2 - \gamma) + \sin(\theta_1 + \gamma))} \quad (8.41)$$

Como se demostró en la sección (8.3.3), el denominador de (8.41) es positivo en todo el rango de funcionamiento siendo únicamente necesario el estudio del numerador. De nuevo, para conseguir que la entrada de control adopte valores únicamente en el conjunto discreto  $\{0, 1\}$ , se redefine la entrada de control  $\dot{\theta}_1$  en términos de la posición del conmutador  $u$  conforme a la expresión (8.31), obteniendo la relación entre la dinámica de la superficie de deslizamiento  $\dot{\sigma}$  y la variable de control  $u$  mostrada a continuación:

$$\dot{\sigma} = \dot{\gamma} = -\frac{l_3 \sin(\theta_1 + \gamma)\dot{\theta}_1 + \dot{z}_1 \sin(\mu + \gamma)}{z_1 \cos(\mu + \gamma) + l_3 (\sin(\theta_2 - \gamma) + \sin(\theta_1 + \gamma))} \quad (8.42)$$

Con las definiciones realizadas, se deben considerar a continuación únicamente los dos casos posibles respecto a la naturaleza de  $\sigma$  al inicio del experimento. El valor de  $\sigma$  en el

estado inicial puede ser positivo o negativo en  $t = 0$ . Si se supone que es negativo, entonces el valor de inclinación es menor que el valor deseado ( $\gamma = 0$ ). Se debe elegir entonces un valor para el control que garantice el crecimiento de  $\sigma$  desde el valor negativo hasta el valor cero. Ya que la entrada de control  $u$  solo influye en la primera derivada de  $\sigma$  (ver expresión (8.42)), el valor de  $u$  debe ser elegido de forma que  $\dot{\sigma}$  se consiga que sea positiva cumpliendo la condición (8.28). Evidentemente, se seleccionará  $u$  al valor  $u = 0$ . Por otro lado, si  $\sigma$  es inicialmente positiva, entonces la única elección posible es escoger  $u = 1$ .

La elección de la entrada de control garantiza que la derivada temporal de  $\sigma$  sea negativa y, por tanto, el valor de  $\sigma$  puede únicamente decrecer conforme el tiempo aumenta, de forma que la condición  $\sigma = 0$  será alcanzada en un determinado tiempo finito  $t_h$ . La ley de control o política de conmutación a utilizar en esta fase viene dada por la expresión (8.33), pero en este caso, la acción de control  $u_{eq}$  que mantiene al sistema en la superficie de deslizamiento debe cumplir la siguiente restricción obtenida a partir de las *condiciones de invariancia* ( $\sigma = 0$  y  $\dot{\sigma} = 0$ ) y de las expresiones (8.41) y (8.31):

$$u_{eq} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\dot{z}_1 \sin \mu}{l_3 \dot{\theta}_{1max} \sin \theta_1} \right) \quad (8.43)$$

donde el valor de  $\dot{z}_1$  es un parámetro de diseño y se debe escoger de forma que respete la siguiente condición:

$$\dot{z}_1 < l_3 \frac{\sin \theta_1}{\sin \mu} \dot{\theta}_{1max} \quad (8.44)$$

#### 8.4.4 Estabilización Fase 4: Trenes T1 y T2 desplegando sus correspondientes mecanismos de remonte

Para este cuarto comportamiento, se considera el sistema mecánico mostrado en la figura 4.3b del capítulo 4. En esta fase, no se permitirá el movimiento de las ruedas motrices ( $\dot{\theta}_3 = 0$ ). La trayectoria que se impondrá al centro de masas tendrá la misma pendiente de ascenso que la de los mecanismos de remonte de ambos trenes. Esta condición, revelará como será el movimiento tanto de los ángulos del mecanismo de estabilización ( $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 0$ ) como de los mecanismos de remonte ( $\dot{z}_1 = \dot{z}_2$ ) durante todo el proceso de control (ver sección 5.2.4 y anexo C.4).

Para obtener el valor de la dinámica de la superficie de deslizamiento  $\dot{\sigma}$  en esta fase, se derivan con respecto al tiempo y se igualan las componentes imaginarias de las expresiones (4.37) y (4.38), dando lugar al siguiente resultado:

$$\dot{\sigma} = \dot{\gamma} = - \frac{l_3 \left( \sin(\theta_1 + \gamma) \dot{\theta}_1 - \sin(\theta_2 - \gamma) \dot{\theta}_2 \right) - (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \sin(\mu + \gamma)}{(z_1 - z_2) \cos(\mu + \gamma) - (l_1 - l_7) \sin \gamma + l_6 \cos \gamma + l_3 (\sin(\theta_2 - \gamma) + \sin(\theta_1 + \gamma))} \quad (8.45)$$

Si se aplica a (8.45) la condición de la trayectoria impuesta al centro de masas para superar los escalones, la expresión queda simplificada de la siguiente manera:

$$\dot{\sigma} = \dot{\gamma} = 0 \quad (8.46)$$

Como se puede observar, durante toda esta fase el sistema se encontrará en todo momento sobre la superficie de deslizamiento, obteniendo la siguiente ley de control:

$$u = u_{eq} = \frac{1}{2} \quad (8.47)$$

donde  $u_{eq}$  es la acción de control que mantiene al sistema sobre la superficie de deslizamiento obtenida a partir de las *condiciones de invariancia* ( $\sigma = 0$  y  $\dot{\sigma} = 0$ ) y de las expresiones (8.46) y (8.31).

## 8.5 Validación experimental del control del prototipo

En esta sección se procederá a demostrar la capacidad de reacción del prototipo para desenvolverse de modo eficaz sobre entornos desestructurados en los que la geometría del obstáculo a superar no es conocida con precisión. Para lograr dicho objetivo, el prototipo necesitará interactuar con el entorno haciendo un uso extensivo del sistema sensorial externo junto con el sistema de estabilización del chasis central de la silla de ruedas para mantener en una posición vertical y confortable al pasajero que irá sobre ella. El experimento realizado ha sido la subida de un obstáculo de tipo escalón de 180 mm de altura y se pretende mostrar en primer lugar que el comportamiento de la silla es acorde al diagrama de comportamientos mostrado en la figura 8.1 y en segundo lugar, para conseguir una superación del obstáculo en concordancia con los desarrollos teóricos realizados en capítulos anteriores, se ha hecho uso de un control en modo deslizante que logre la estabilización del chasis del prototipo.

En sistemas en los que se aplica el control en modo deslizante, es característica la presencia, en la señal de control, de conmutaciones de alta frecuencia (*chattering*) que, por lo general, no son deseadas y pueden dañar los componentes mecánicos y electrónicos del sistema. Para suavizar este efecto, se introducirá una capa límite de  $\pm 1,2^\circ$  ( $\pm 0,021$  rad) alrededor de la superficie de deslizamiento ( $\gamma = 0$ ) (Slotine J.J., 1991) que, sin embargo,

afectará negativamente al error en régimen permanente.

En la realización de estos ensayos se ha supuesto, de la misma forma que en los ensayos experimentales de capítulos anteriores, que la dinámica de los motores es despreciable comparada con el sistema completo debido a que la respuesta temporal del sistema mecánico es mucho más lenta que la respuesta temporal de los motores eléctricos y a las bajas velocidades y aceleraciones impuestas por las restricciones de confort del pasajero.

La recogida de la evolución del movimiento del mecanismo ha sido mediante el sistema comercial Optotrack, registrando en todo momento el movimiento de la trayectoria y la inclinación con respecto a la dirección de la gravedad del centro de masas de la silla de ruedas y mediante el sistema hardware interno del prototipo.

Seguidamente se mostrarán los resultados experimentales obtenidos. En primer lugar, la figura 8.3 muestra la evolución de los ángulos que forman el mecanismo de estabilización del sistema. Se puede observar que la trayectoria de superación de obstáculos escogida para el centro de masas ha sido la de una línea recta con la misma pendiente que la de los mecanismos de remonte, ya que como se puede ver en la figura 8.3a, el actuador del tren T1 ( $\theta_1$ ) es el que tiene toda la responsabilidad de la estabilización del prototipo mientras que en la figura 8.3b se observa que la posición del actuador del tren T2 ( $\theta_2$ ) se mantiene constante a lo largo de todo el ensayo.

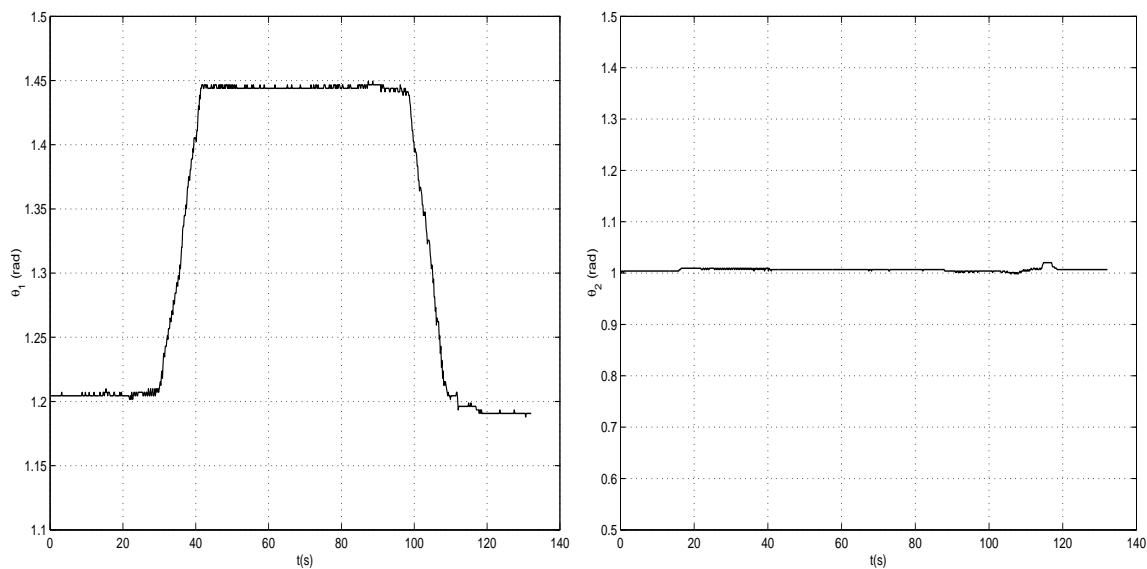


Figura 8.3: (a) Evolución del ángulo ( $\theta_1$ ) del tren T1 del mecanismo de estabilización aplicando el algoritmo de control; (b) Evolución del ángulo ( $\theta_2$ ) del tren T2 del mecanismo de estabilización aplicando el algoritmo de control



La figura 8.4 ilustra la evolución de la posición de los mecanismos de remonte ( $z_1$  y  $z_2$ ) de los trenes T1 y T2. En dicha figura se puede ver claramente el movimiento de despliegue y repliegue de este tipo de mecanismos a la hora de afrontar el obstáculo con cada uno de los trenes y, a la vez, muestra los instantes en los que hay cambio de comportamiento o configuración de la silla de ruedas a lo largo del experimento.

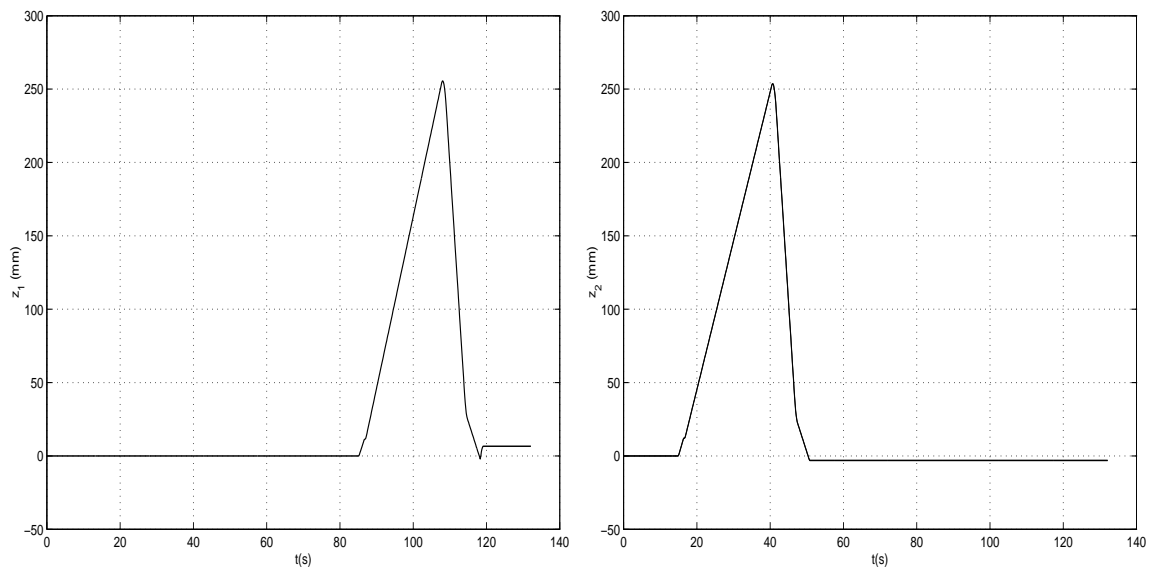


Figura 8.4: Evolución de la posición del mecanismo de remonte ( $z_1$ ) del tren T1 aplicando el algoritmo de control; (b) Evolución de la posición del mecanismo de remonte ( $z_1$ ) del tren T1 aplicando el algoritmo de control

La figura 8.5a muestra la evolución del movimiento desarrollado por las ruedas motrices y la figura 8.5b, muestra la trayectoria seguida por el centro de masas del mecanismo durante todo el ensayo. En esta figura se puede observar que la trayectoria es paralela a la pendiente de los mecanismos de remonte y que las pequeñas desviaciones con respecto a la horizontal al final del ensayo son debidas al funcionamiento conjunto del mecanismo de remonte y del mecanismo de estabilización del tren T1.

La figura 8.6a muestra la fase de mantenimiento del modo deslizante en torno al valor  $\gamma = 0$ , donde se puede observar, que la verticalidad del chasis de la silla se ha mantenido dentro de los rangos de inclinación aceptables (se ha mantenido dentro del intervalo  $\pm 6^\circ$  ( $\pm 0,105$  rad)) aunque no se ha producido una mejora notable en la reducción del ángulo de estabilización del sistema con la inclusión del lazo de control. Esto se debe a que en los ensayos experimentales realizados en capítulos anteriores se conocía con exactitud la geometría del obstáculo a superar. Sin embargo en los ensayos experimentales realizados en este capítulo se

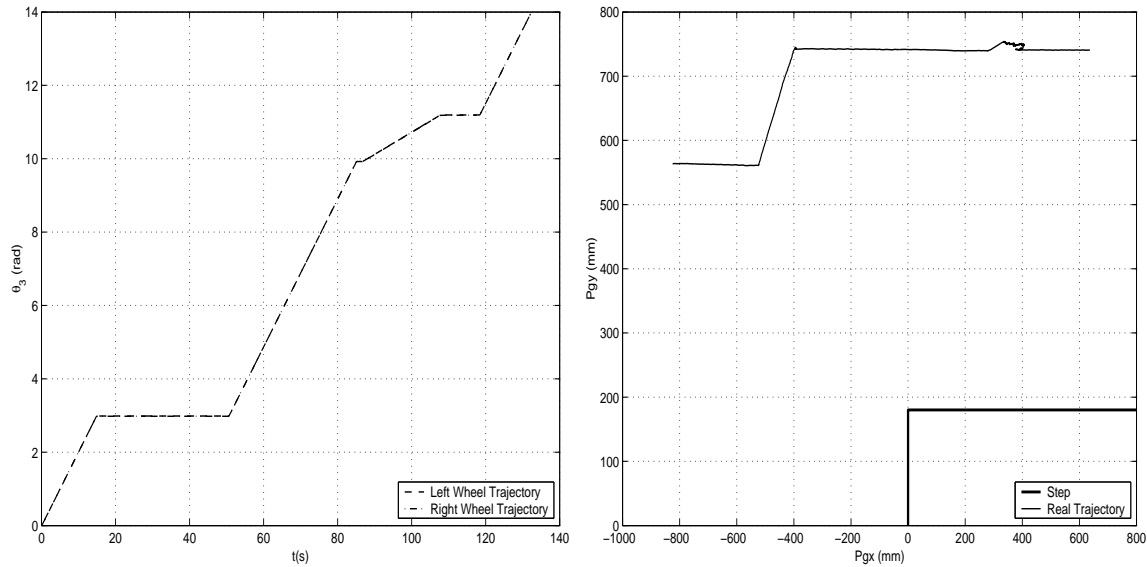


Figura 8.5: (a) Evolución de la posición de las ruedas motrices ( $\theta_3$ ) de la silla de ruedas aplicando algoritmo de control; (b) Evolución de la trayectoria del centro de masas ( $P_g$ ) aplicando el algoritmo de control

tiene un conocimiento impreciso del entorno (ya que no se conoce ni la altura ni la huella del escalón), lo que implica que se deba hacer uso intensivo del sistema sensorial tanto interno como externo de la silla, lo que provoca esas pequeñas desviaciones de la inclinación. Además, también se puede ver que existe una perfecta concordancia entre los datos obtenidos a partir del sistema Optotrack y los obtenidos a partir del sensor de inclinación que posee el prototipo. En un primer momento el sistema se encuentra en la fase de mantenimiento, ya que el valor inicial del ángulo  $\gamma$  se encuentra dentro de la capa límite en torno a la superficie deslizante. En el instante en que se producen cambios en la inclinación del mecanismo, se produce la actuación de la variable de control  $u$ , ver figura 8.6b, que mediante acciones de conmutación rápidas consigue mantener el sistema dentro de una pequeña vecindad de la superficie de deslizamiento  $S$  definida en torno a  $\gamma = 0$ . Finalmente, la figura 8.7 muestra la evolución del módulo de la aceleración del centro de masas (figura 8.7a) y del factor de pico (figura 8.7b) a lo largo de la trayectoria donde se puede observar que la evolución de la trayectoria se encuentra dentro de los límites impuestos por las restricciones de confortabilidad explicadas en el capítulo 5 (factor de pico menor que 3).

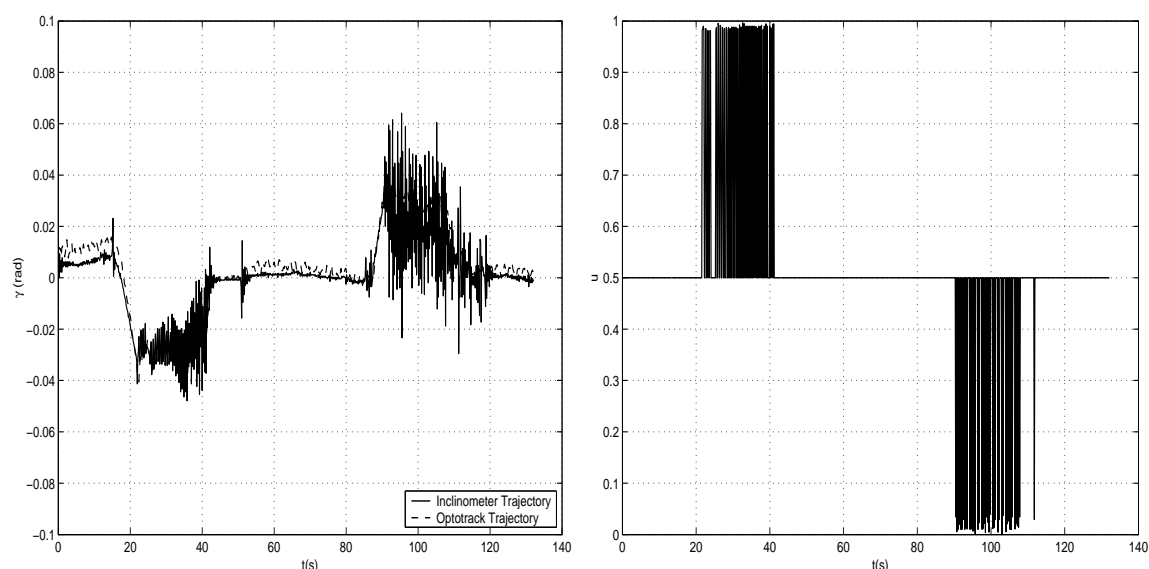


Figura 8.6: (a) Evolución de la trayectoria del ángulo de inclinación  $\gamma$  con respecto a la vertical; (b) Evolución de la posición del conmutador ( $u$ ) aplicando el algoritmo de control

## 8.6 Conclusiones

En este capítulo se ha presentado una metodología para controlar el prototipo cuando éste se mueve sobre entornos desestructurados. En primer lugar, se ha definido el comportamiento global del sistema mediante la suma total de los diferentes comportamientos individuales que puede presentar la silla de ruedas. La transición entre comportamientos se produce a partir de la información obtenida mediante los sistemas sensoriales internos y externos del prototipo. En segundo lugar, al tratarse de un prototipo que transportará a pacientes con algún tipo de minusvalía, la superación de obstáculos se debe realizar con unas condiciones de confort y seguridad aceptables para el paciente, que traen consigo la implantación adicional de un control de estabilización de la inclinación del chasis de la silla de ruedas. La elección de un control de estabilización en modo deslizante se ha debido a su sencillez de diseño, a su elevada robustez ante perturbaciones externas y a su facilidad de aplicación en sistemas de estructura variable. Se han realizado experimentos para demostrar la adaptación de la silla de ruedas a entornos desestructurados con discontinuidades (escalones), en los que se mantiene en todo momento la inclinación del chasis dentro de los márgenes de seguridad. Sin embargo los pequeños errores en la desviación no se han podido reducir con la introducción del lazo cerrado de control debido a que el sistema posee en este caso un conocimiento impreciso

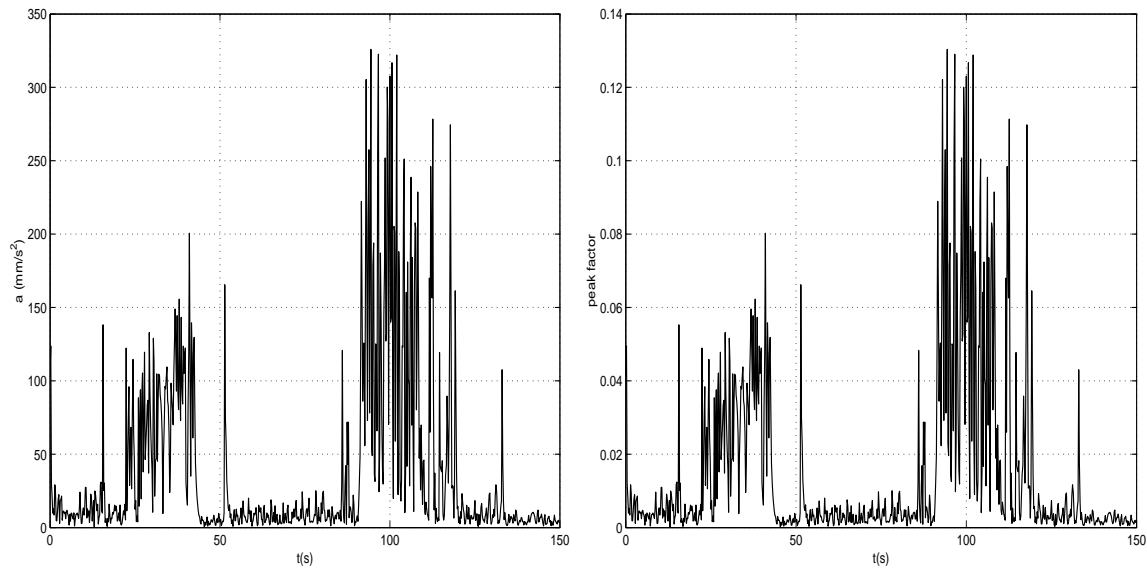


Figura 8.7: (a) Evolución del módulo de la aceleración del centro de masas aplicando el algoritmo de control; (b) Evolución del factor de pico aplicando el algoritmo de control

del entorno, que provoca que el sistema se adapte a los obstáculos de forma dinámica pero incurriendo en unos errores de desviación del chasis de la silla de ruedas con respecto a la vertical del mismo orden que los obtenidos en capítulos anteriores donde el sistema se mueve en cadena abierta pero con perfecto conocimiento del entorno. Finalmente, se ha podido comprobar que la confortabilidad del sistema se mantiene también en el caso de tener conocimiento impreciso del entorno.

## Capítulo 9

# Conclusiones

### 9.1 Resultados de esta tesis

La realización de esta tesis ha sido posible gracias a la colaboración conjunta de las áreas de conocimiento de Ingeniería de Sistemas y Automática y de Ingeniería Mecánica, ambas pertenecientes a la E.T.S. Ingenieros Industriales de Ciudad Real. Esta estrecha colaboración, ha dado como fruto el diseño, construcción y el control de un prototipo de silla de ruedas con capacidad de subir escaleras. Sus principales características son:

- Adaptación a los escalones de forma automática.
- Fácil mantenimiento de la verticalidad de la silla.
- La subida de escaleras se puede conseguir con mínimo esfuerzo ya que sólo es necesario un subconjunto de sus actuadores si se elige adecuadamente la trayectoria de subida para el centro de masas.
- El peso y el consumo de energía es reducido.
- La estabilidad de la silla de ruedas se mantiene en todo momento ya que su peso es siempre transferido sobre superficies horizontales.

El problema mecánico original ha sido dividido en dos subproblemas que han sido resueltos separadamente mediante dispositivos mecánicos independientes. Con esta solución se han conseguido varias ventajas mecánicas entre las que cabe destacar: elevada capacidad de carga, reducido peso y coste de fabricación también reducido.

Se ha presentado una metodología para el desarrollo del modelo cinemático del prototipo. El modelo cinemático posee grados de libertad adicionales, lo que le permite adaptarse tanto

a perfiles continuos como a perfiles discontinuos caracterizados por obstáculos de pendientes verticales (escalones). En este último tipo de perfiles, el modelo cinemático admite soluciones analíticas donde no es necesario el cálculo iterativo para obtener la solución.

El modelo cinemático inverso hace posible la determinación de las trayectorias en tiempo real para los grados de libertad articulados que componen las silla de ruedas. Este paso es importante ya que se debe conseguir un movimiento individualizado para cada uno de los actuadores para mantener un movimiento deseable para la silla de ruedas. La elección de una buena estrategia de ascenso implica que la silla de ruedas pueda subir las escaleras o moverse sobre un perfil general manteniendo la verticalidad y la confortabilidad del pasajero que está sobre ella. En particular, una adecuada elección de la estrategia de subida puede reducir el número de actuadores a utilizar, reducir el consumo de potencia o incrementar el nivel de confortabilidad del pasajero.

El modelo cinemático ha sido aplicado al prototipo real de la silla de ruedas para validar el comportamiento cinemático, para comparar la confortabilidad de las trayectorias, para demostrar la capacidad de adaptación al entorno, para realizar los diferentes algoritmos de optimización de trayectorias y para realizar el control del prototipo.

Para validar el modelo cinemático, se han realizado ensayos del comportamiento de la silla sobre una escalera, se han calculado las trayectorias de referencia para cada uno de los actuadores que componen el sistema y se han comparado con los resultados obtenidos en el prototipo real consiguiéndose muy buenas aproximaciones.

Para comparar la confortabilidad de las trayectorias se han implementado perfiles de trayectorias para el centro de masas totalmente diferentes como son la unión de rectas horizontales con rectas con la misma pendiente de inclinación que la de los mecanismos de remonte del prototipo o la unión de dos arcos de circunferencia por una recta con la misma pendiente de inclinación que la pendiente de la escalera. A partir de estos perfiles, al igual que se hizo en la validación del modelo cinemático, se han calculado las trayectorias de referencia para cada uno de los actuadores que componen el sistema y se han realizado los ensayos experimentales correspondientes. Con los ensayos experimentales obtenidos, se ha podido ver que aunque las dos trayectorias cumplen con las restricciones de confort, la confortabilidad de la primera trayectoria es inferior a la de la segunda, pero tiene la ventaja de que necesita mover únicamente un subconjunto de los actuadores para realizar la subida, lo que hace que se disminuya el consumo de potencia y por tanto, se aumente la autonomía.

Para resaltar la capacidad de adaptación del prototipo al entorno, se ha realizado una batería de ensayos sobre escalones de diferentes alturas y se han impuesto trayectorias de subida rectas pero con diferentes pendientes de subida al centro de masas de la silla de

ruedas. Estos experimentos, además de demostrar la capacidad de superación de obstáculos del prototipo, han pretendido demostrar la independencia entre los mecanismos de estabilización y de remonte de peldaño, ya que las trayectorias de los mecanismos de remonte son prácticamente idénticas en los dos experimentos realizados, pero para poder adaptar la pendiente de subida del centro de masas se necesita únicamente el movimiento de uno de los actuadores en el caso de subir con la misma pendiente de inclinación que los mecanismos de remonte o de los dos actuadores trabajando conjuntamente en el caso de imponer cualquier otra trayectoria.

Para minimizar el tiempo invertido en el proceso de subida y bajada de escaleras se han realizado una serie de ensayos imponiendo al centro de masas de la silla de ruedas trayectorias de subida calculadas con los algoritmos de reducción de tiempos muertos. Con estos experimentos, se demuestra que hay una reducción considerable del tiempo de subida de la silla de ruedas pero se tiene el inconveniente de que se producen pequeñas desviaciones con respecto a la trayectoria ideal que debería seguir el sistema.

Para probar el control del prototipo cuando éste realiza un movimiento sobre entornos desestructurados en los que no se conoce con precisión la geometría del obstáculo a superar, se han realizado ensayos que demuestran, en primer lugar, que el comportamiento global del prototipo puede ser descrito mediante la suma total de los diferentes comportamientos individuales y, en segundo lugar, que la realización de un control de la inclinación con respecto a la vertical del chasis de la silla de ruedas hace que la superación de obstáculos se realice dentro de unos márgenes de confortabilidad y seguridad aceptables para el pasajero.

Finalmente, se comenta que en todos los casos estudiados, las trayectorias planificadas han sido consistentes y han sido validadas por los resultados experimentales.

## 9.2 Aportaciones de esta tesis

Las aportaciones que se han realizado en esta tesis son las que se enumeran a continuación:

- Diseño, implantación y verificación del sistema sensorial de la silla.
- Diseño, implantación y verificación de la unidad de control de la silla (hardware y software).
- Desarrollo de una nueva metodología para obtener modelos cinemáticos de robots andadores y trepadores que se mueven en el plano, basada en la representación compleja.
- Desarrollo de un nuevo método de calibración de sillas de ruedas que se mueven en el plano basado en representación compleja.

- Desarrollo de un generador de trayectorias confortable para los usuarios que utiliza los grados de libertad adicionales del mecanismo.
- Optimización de las trayectorias (minimización del tiempo empleado) también basada en representación compleja.
- Diseño de un nuevo sistema de control de inclinación basado en modos deslizantes.
- Verificación experimental de las propiedades de la silla

### 9.3 Publicaciones

Las principales contribuciones de esta tesis han sido desarrolladas en revistas y congresos y serán citadas a continuación:

- **Revistas**

- A. González, A. Nieto, R. Morales, P. Pintado, V. Feliu. "Un nuevo mecanismo para subir escaleras". *Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica* (en prensa). En este artículo se muestra parte del diseño mecánico del prototipo de silla de ruedas robotizada expuesto en el capítulo 2.
- R. Morales, V. Feliu, A. González, P. Pintado. "Kinematic model of a new staircase climbing wheelchair and its experimental validation". *The International Journal of Robotics Research*, vol. 25(9), (825-841), 2006. En este artículo se muestra todo el desarrollo teórico y experimental de la cinemática del mecanismo expuesta en el capítulo 4.
- R. Morales, A. González, V. Feliu, P. Pintado. "Environment adaptation of a new staircase climbing wheelchair". *Autonomous Robots* (en revisión). En este artículo se muestra todo el desarrollo teórico y experimental de las trayectorias de ascenso del mecanismo expuesta en el capítulo 5.
- A. González, R. Morales, V. Feliu, P. Pintado. "Improving the mechanical design of a new staircase climbing wheelchair". *Industrial Robot. An International Journal*, (en prensa). En este artículo se muestra el rediseño del diseño mecánico realizado para la nueva versión del prototipo robotizado.



- Congresos

- R. Morales, A. González, P. Pintado, V. Feliu. "A New Staircase Climbing Wheelchair", *13<sup>th</sup> Symposium on Measurement and Control in Robotics - Toward Advanced Robots: Design, Sensors, Control And Applications (ISMCR)*, 2003. En este congreso se muestra el modelo cinemático inicial expuesta en el capítulo 4.
- R. Morales, V. Feliu, A. González, P. Pintado. "Kinematics of a New Staircase Climbing Wheelchair". *Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines (CLAWAR)*, 249-264, 2004. En este congreso se muestra el modelo cinemático complejo y los primeros resultados de simulación en el proceso de subida de una escalera mostrados en el capítulo 4.
- R. Morales, V. Feliu, A. González, P. Pintado. "A Prototype of a New Staircase Climbing Wheelchair". *Proceedings of the 14<sup>th</sup> International Congress of Computing (CIC)*, 2005. En este congreso se muestra la descripción del hardware y software el prototipo real vistos en el capítulo 3.
- R. Morales, V. Feliu, A. González, P. Pintado. "Coordinated Motion of a New Staircase Climbing Wheelchair with Increased Passenger Comfort". *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2006. En este artículo se muestra una comparativa validada experimentalmente de la confortabilidad de las trayectorias impuestas al centro de masas del prototipo en proceso de subida de escaleras cuyo contenido ha sido expuesto a lo largo del capítulo 5.
- A. González, R. Morales, V. Feliu, P. Pintado. "Improving the Mechanical Design of a New Staircase Climbing Wheelchair". *Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines (CLAWAR)* **Industrial Robot Highly Commended Award**, 2006. En este artículo se muestra el rediseño del diseño mecánico realizado para la nueva versión del prototipo robotizado.
- A. González, R. Morales, A.J. Nieto, V. Feliu, P. Pintado, J.M. Chicharro, A.L. Morales. "A New High Load Capacity Hybrid Locomotion Robot Capable to Climb Staircases". *Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Research-Expert Conference "Trends in the Development of Machinery and Associated Technology" (TMT)*, 2006. En este artículo se expone un análisis de rigidez y resistencia para la nueva versión del prototipo.

## 9.4 Futuras líneas de investigación

Tomando como base el trabajo desarrollado a lo largo de esta tesis, quedan abiertas diversas líneas de investigación en la concepción final de la silla de ruedas. Algunas de las propuestas citadas son líneas de investigación sobre las que se está trabajando actualmente. A continuación se listan:

- Rediseñar parte de la mecánica del sistema de forma que en futuros prototipos el sistema tenga capacidad de navegación en el entorno y sea capaz de afrontar una mayor diversidad de obstáculos, cuyo exponente más significativo se encuentra en la superación con éxito de escaleras de caracol.
- Realizar nuevos algoritmos de control haciendo uso del grado de libertad adicional del mecanismo de estabilización con el objetivo de obtener una mayor confortabilidad para el pasajero en los instantes de superación de obstáculos.
- Mejora de adaptación al entorno en cuanto a la maniobra inicial de alineamiento entre la silla de ruedas y la contrahuella del primero de los escalones.
- Mejora de adaptación al entorno desde el punto de vista de la adaptación al tamaño del escalón, con el fin de reducir los tiempos muertos.
- Desarrollo de diseños de subir escaleras más rápidos y dinámicos y sus leyes de control asociadas.
- Estudio de posibles situaciones de impacto, de vibraciones en el sistema y su disminución para incrementar el confort del pasajero.

# Bibliografía

- Aarnio P., Koskinen K., S. S. (2000). Simulation of the hybtor robot. *Proceedings of the 3<sup>th</sup> International Conference on Climbing and Walking Robots*, pp 267–274.
- Anderson T.L., D. M. (1988). A computational structure for enforcing reactive behavior in a mobile robot. *Mobile Robot III. Proc. of SPIE conference*, Cambridge, MA.
- Arikawa K., H. S. (1996). Development of quadruped walking robot titan-viii. *Proceedings of IEEE International Conference Intelligent Robots and Systems*, pp 208–214.
- Arkin, R. (1987). Motor scheme based navigation for a mobile robot: An approach to programming by behaviors. *Proceedings of the 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation*.
- Balaguer C., Giménez A., J. A. S. A. (2006). The mats robot. service climbing robot for personal assistance. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 13(1):51–58.
- BenAmar F., Budanov V., A. G. (2000). A high mobility redundantly actuated minirover for self-adaptation to terrain characteristics. *Proceedings of the 3<sup>th</sup> International Conference on Climbing and Walking Robots*, pp 105–112.
- Berkemeier M.D., D. K. (1999). Control of hopping height in legged robots using a neural-mechanical approach. *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp 1695–1701.
- Borenstein J., K. Y. (1989). Real-time avoidance for fast mobile robots. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cibernetics*, 19(5):1179–1234.
- Brooks, R. (1983). Solving the find-path problem by good representation of free space. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 13:190–197.
- Brooks, R. (1986). A robust layered control system for a mobile robot. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, RA-2(1):14–23.

- Brumitt B., C. R. (1992). A system for autonomous cross-country navigation. *Symposium on Intelligent Components and Instruments for Control Applications (SICICA 92)*, pp 527–532.
- Cham J. G., Bailey S. A., C. J. E. (2002). Fast and robust: Hexapedal robots via shape deposition manufacturing. *The International Journal of Robotics Research*, 21(10-11):869–882.
- Cham J. G., Karpick J. K., C. M. R. (2004). Stride period adaptation of a biomimetic running hexapod. *The International Journal of Robotics Research*, 23(2):141–153.
- Cox, K. (2002). *Battery Powered Stair-Climbing Wheelchair*. US Patent 6,484,289 B1.
- Cubero, S. N. (2000). A 6-legged hybrid walking and wheeled vehicle. *Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice*, pp 293–302.
- Daily, M. (1988). Autonomous cross country navigation with alv. *Proceedings of the 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp 718–726.
- DELL (2002). *Dell Optiplex gx260. Información Técnica*. Dell<sup>TM</sup>.
- DIN18065 (2001). *Stairs in Buildings. Terminology, Measuring Rules, Main Dimensions*. Deutsches Institut Normung.
- Edwards C., S. S. (1998). *Sliding Mode Control*. Taylor and Francis, London.
- Erdman, A. G., S. G. N. (1998). *Diseño de Mecanismos, Análisis y Síntesis*. Prentice Hall Hispanoamericana, tercera edición.
- FSG (2003). *Angular Position Transmitters. Technical Documentation*. FSG Fernsteuergeräte.
- Germann D., Hiller M., S. D. (2005). Design and control of the quadruped walking robot alduro. *22<sup>th</sup> International Symposium on Automation and Robotics in Construction*.
- González, A. (2006). *Sistema Locomotor híbrido de una silla de ruedas con capacidad para superar barreras arquitectónicas*. Tesis doctoral, Universidad de Castilla-La Mancha.
- González, J. (1993). *Estimación de la Posición y Construcción de Mapas para un Robot Móvil Equipado con un Escáner Láser Radial*. Tesis doctoral, Universidad de Málaga.
- González de Santos P., Gálvez J., E. J. G. E. (2003). Sil04. a true walking robot for the comparative study of walking machine techniques. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 10(4):23–32.

- Goto Y., S. A. (1987). The cmu system for mobile robot navigation. *Proceedings of the 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp 99–105.
- Grand C., BenAmar F., P. F. B. P. (2004). Stability and traction optimized of a reconfigurable wheel-legged robot. *The International Journal of Robotic Research*, 23(10-11):1041–1058.
- Guccione S., M. G. (2003). The wheeleg robot. control strategies, computing architectures, and experimental results of the hybrid wheeled/legged robot. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 10(4):33–43.
- Halme A., Leppänen I., S. J. Y. S. K. I. (2003). Workpartner: Interactive human-like service robot for outdoor application. *The International Journal of Robotic Research*, 22(7-8):627–640.
- Hirose, S. (1984). A study of design and control of a quadruped walking vehicle. *The International Journal of Robotics Research*, 3(2):113–133.
- Hirose S., Miyake J., A. S. (1989). Terrain adaptative tracked vehicle helios-i. *Proceedings of the International Conference on Advanced Robotics*, pp 676–687.
- Hirose S., Sensu T., A. S. (1992). The taqt carrier: A pratical terrain-adaptive quadru-track carrier robot. *Proceedings IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*.
- Hirose S., Fukushima E. F., D. R. N. H. (2001). Design of terrain adaptative versatile crawler vehicle helios-vi. *Proceedings of the 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*.
- Hirose S., K. K. (1998). Development of quadruped walking robot with the mission of mine detection and removal - proposal of sharp-feedback master-slave arm. *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*, pp 1713–1718.
- Hirose S., T. H. (1996). Study on roller-walk (basic characteristics and its control). *Proceedings IEEE of the International Conference on Robotics and Automation*, pp 3265–3270.
- Hirose S., Yoneda K., T. H. (1997). Titan vii: Quadruped walking and manipulating robot on a steep slope. *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*, pp 494–500.
- Hogan, N. (1985). Impedance control: Parts i, ii. *Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control*, 107:1–16.

- Huang A., C. Y. (2004). Adaptive sliding control for single-link flexible joint robot with mismatched uncertainties. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 12(5):770–775.
- Ibot3000 (2004). Product of Independence Technology a Johnson and Johnson Company. [www.indetech.com](http://www.indetech.com).
- Kan S., Arai Y., I. T. (1991). Design of prismatic quadruped walking vehicle titan vi. *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference Advanced Robotics*, pp 723–728.
- Kant K., Z. S. (1988). Planning collision-free trajectories in time-varying environments: A two level hierarchy. *Proceedings of the 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp 1644–1649.
- Kar, D. C. (2003). Design of statically stable walking robot: A review. *Journal of Robotic Systems*, 20(11):671–686.
- Koditschek D.E., B. M. (1991). Analysis of a simplified hopping robot. *The International Journal of Robotics Research*, 10(6):587–605.
- Komsuoglu H., K. D. (2000). Preliminary analysis of a biologically inspired 1-dof clock stabilized hopper. *Proceedings of the World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics*, 9:670–675.
- KUHNKE (2003). *Magnete Solenoids. Catalogue*. KUHNKE GmbH.
- Lawn, M. (2002). *Study of Stair-climbing Assistive Mechanisms for the Disabled*. Phd thesis, Computer Science Center, Nagasaki Junshin Catholic University. <http://www.n-junshin.ac.jp/departament/eigo/mlawn/StaiCPhD.pdf>.
- Lawn M. J., I. T. (2003). Modeling of a stair-climbing wheelchair mechanism with high single-step capability. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Research*, 11(3).
- Lawn M. J., Sakai T., K. M. I. T. (2001). Development and practical application of a stair-climbing wheelchair in nagasaki. *Journal of Human Friendly Welfare Robotic Systems*.
- Levi, P. (1987). Principles of planning and control concepts for autonomous mobile robots. *Proceedings of the 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp 874–881.

- Masory O., W. J. (1993). On the accuracy of a stewart platform. part ii: Kinematic calibration and compensation. *Proceedings of the 1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp 725–731.
- MAXON (2002). *Maxon Motor (2002). High Precision Drives and Systems*. Maxon Motor Ibérica, s.a.
- MD22 (2003). *Devantech MD22 Motor Driver. Technical Documentation*. Devantech Ltd.
- Merlet, J. (2000). *Parallel Robots*. Norwel, MA:Kluwer.
- Michaud, F. (2003). Azimut: a leg-track-wheel robot. *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp 2553–2558.
- Morales R., González A., F. V. P. P. (2004). Kinematics of a new staircase climbing wheelchair. *Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines*, pp 249–264.
- Morales R., González A., F. V. P. P. (2006a). Environment adaptation of a new staircase climbing wheelchair. *Autonomous Robots (enviado)*.
- Morales R., Feliu V., G. A. P. P. (2006b). Coordinated motion of a new staircase climbing wheelchair with increased passenger comfort. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*.
- Morales R., Feliu V., G. A. P. P. (2006c). Kinematic model of a new staircase climbing wheelchair and its experimental validation. *The International Journal of Robotics Research*, 26(9).
- Morales R., González A., P. P. F. V. (2003). A new staircase climbing wheelchair. *13<sup>th</sup> Symposium on Measurement and Control in Robotics - Toward Advanced Robots: Design, Sensors, Control And Applications*.
- NATIONAL (2003). *National Instruments. Data Acquisition Hardware DAQ-6024E. Technical Documentation*. National Instruments Corp.
- NATIONAL (2004). *National Instruments. Labview. Reference Guide*. National Instruments Corp.
- Ota H., S. T. (2000). Forward kinematic calibration method for parallel mechanism using pose data measured by double ball bar system. *Proceedings Parallel Kinematics Mach. International Conference*, pp 57–62.

- Pintado, P. (1994). *Un Curso de Automoción*. Sección de Publicaciones Area Ingeniería Mecánica. Universidad de Castilla-La Mancha.
- Queiroz M.S., D. D. (2000). *Lyapunov-Based Control of Mechanical Systems*. Birkhauser, Boston.
- Raibert, M. (1986). *Legged Robots That Balance*. MIT Press, cambridge, ma. edition.
- Ringrose, R. (1997). Self-stabilizing running. *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation*.
- Rollins E., Luntz J., S. G. (1998). Nomad: A demonstration of the transforming chassis. *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*, pp 611–617.
- Rombaut R., M. D. (1991). Displacements of a mobile robot in a known environment. *IMACS Symposium MCTS*.
- Scalamobil (2000). Ulrich Alber GmbH + Co. KG, Sigmaringer Str.100 D-72458, Abstatt, Germany.
- SEIKA (2002). *Electronical Inclinometers SEIKA NG3U. Technical Documentation*. SEIKA Mikrosystemtechnik GmbH.
- Siegwart R., Lamon P., E. T. L. M. P. R. (2002). Innovative design for wheeled locomotion in rough terrain. *Journal of Robotics and Autonomous Systems*.
- Sira-Ramirez, H. (1994). On the sliding mode control of wheeled mobile robots. *1994 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp 1938–1943.
- SKF (2002). *Linear Drives MATRIX. Technical Documentation*. SKF España.
- Slocum, A. H. (1992). *Precision Machine Design*. Prentice-Hall.
- Slotine J.J., L. W. (1991). *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall.
- SRF08 (2002). *Devantech SRF08 Ultrasonic Ranger. Technical Documentation*. Devantech Ltd.
- Tamagawa (2004). *Prototype of Tamagawa University School of Engineering*. [www.tamagawa.jp](http://www.tamagawa.jp).
- Todd, D. (1985). *Walking Machines: An Introduction to Legged Robots*. Anchor Press Ltd., Great Britain.



- Tracabout (1999). *Tracabout Personal Mobility Vehicle*. U. S. Patent n° 6250409. Trac About, Inc. Newton, KS 67114, USA. [www.tracabout.com](http://www.tracabout.com).
- TRE-52, S.-S. (1998). Sunwa CO. Ltd. Sendagaya, shiuya-ku, Tokyo Japan. [www.sunwa-jp.co.jp](http://www.sunwa-jp.co.jp).
- Uchida Y., Furuichi K., H. S. (1999). Fundamental performance of 6 wheeled off-road vehicle helios-v. *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*.
- Utkin, V. (1978). *Sliding Modes and their Applications in Variable Structure Systems*. Mir Publishers, Moscow.
- Utkin, V. (1992). *Sliding Modes in Control and Optimization*. Springer-Verlag.
- Utkin V.I., Guldner J., S. J. (1999). *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. Taylor and Francis.
- Valakis A.F., Burdick J.W., C. T. (1991). An interesting strange attractor in the dynamics of a hopping robot. *The International Journal of Robotics Research*, 10:606–610.
- Vincze M., P. J. (1994). A laser tracking system to measure position and orientation of robot end-effectors under motion. *The International Journal of Robotics Research*, 13(4):305–314.
- Volpe, R. (1997). Rocky 7: a next generation mars rover prototype. *Journal of Advanced Robotics*, 11(4):341–358.
- Wang J., M. O. (1993). On the accuracy of a stewart platform. part i: The effect of manufacturing tolerances. *Proceedings of the 1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp 114–120.
- Watanabe Y., Y. S. (1990). Position estimation of mobile robots with internal and external sensors using uncertainly evolution technique. *Proceedings of the 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp 2011–2016.
- Wellman P., Krovi V., K. V. H. W. (1995). Design of a wheelchair with legs for people with motor disabilities. *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, 3(4):343–353.
- WheelChairLift (1997). *Stairclimber of The Wheel Chair Lift Company*. Aylesbury Buckinghamshire HP18 9BA England. [www.thewheelchairlift.co.uk](http://www.thewheelchairlift.co.uk).

- Yoneda K., Ota Y., H. S. (2001). Development of a hi-grip stair climbing crawler with hysteresis compliant blocks. *Proceedings of 4th International Conference on Climbing and Walking Robots (CLAWAR 2001)*, pp 569–576.
- Zhihong M., H. D. (1996). A robust adaptive sliding-mode control for rigid robotic manipulators with arbitrary bounded input disturbances. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 17(4):371–386.
- Zhuang, H. (1997). Self-calibration of parallel mechanisms with a case study of stewart platforms. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 13(3):387–397.
- Zhuang H., Y. J. (1998). Calibration of stewart platforms and other parallel manipulators by minimizing inverse kinematic residuals. *Journal of Robotics Systems*, 15(7):395–405.

## Anexo A

# Características Técnicas

Este anexo muestra unas breves características técnicas de los componentes fundamentales con los que se ha construido el prototipo de silla de ruedas robotizada objeto de estudio en esta tesis. Se han incluido las características técnicas básicas con el único objetivo de facilitar el seguimiento de esta memoria. Cualquier consulta en profundidad de características de los componentes comerciales debe realizarse sobre la documentación técnica facilitada por el fabricante correspondiente.

Dimensiones de las barras del prototipo	
$l_1(m)$	0,232
$l_3(m)$	0,430
$l_5(m)$	0,450
$l_6(m)$	0,180
$l_7(m)$	0,182
$\mu_1(rad)$	0,9599
$\mu_2(rad)$	0,9599

Tabla A.1: Dimensiones de las barras del prototipo.

Dimensiones del prototipo	
Largo (m)	1,0
Ancho (m)	0,65
Altura al suelo de la banqueta (m)	0,5
Peso sin baterías (kg)	50,4

Tabla A.2: Dimensiones del prototipo.

Características Baterías	
Tensión (V)	12
Corriente (A)	56
Dimensiones (m)	0,262 x 0,165 x 0,165
Peso (kg)	21,4

Tabla A.3: Características técnicas baterías del prototipo

Controlador Maxon EPOS 24/5	
Modos de Control	Posición, Velocidad y Corriente
Tensión de Alimentación	11-24
Máximo Valor Continuo de Corriente (A)	5
Máximo Valor de Corriente de Pico (A)	10
Frecuencia de Conmutación (KHz)	50
Comunicación	RS-232, CANopen
Dimensiones (mm)	105x83x24
Peso (g)	170

Tabla A.4: Características del controlador *Maxon EPOS 24/5*

Controlador Devantech MD22	
Modos de Control	Bus I <sup>2</sup> C, Entrada Analógica
Tensión de Alimentación Controlador (V)	5
Corriente Alimentación Controlador (mA)	50
Tensión de Alimentación Motores (V)	5-50
Dimensiones (mm)	50x110x25
Peso (g)	100

Tabla A.5: Características técnicas del controlador *Devantech MD22*

<b>Motores Linear Drives Matrix Max 3..A</b>	
Fuerza que puede transmitir (N)	8000/6000
Velocidad a 24V constante (mm/s)	5-7
Carrera (mm)	100
Tensión de alimentación (V)	24
Consumo de Potencia (V)	120
Consumo corriente 24V (A)	5,0
Razón de troceado: On/Off (Int.)	1 min./9 min.
Temperatura Ambiente (Símbolo grados C)	0/+40
Grado de Protección	IP66

Tabla A.6: Características de los motores de actuación lineal *Linear Drives Matrix Max 3..A*

<b>Motores Maxon RE 40 Ref 148867</b>	
Potencia nominal asignada (W)	150
Tensión Nominal (V)	24
Velocidad en vacío (rpm)	7580
Par de arranque (mNm)	2290
Relación velocidad/par (rpm/mNm)	3,32
Corriente en vacío (mA)	137
Corriente de arranque (A)	75,9
Resistencia en bornes ( $\Omega$ )	0,316
Máxima velocidad permitida (rpm)	8200
Máxima corriente en continuo (A)	6,00
Máximo par permanente (mNm)	181
Máxima potencia útil a tensión nominal (W)	440
Máximo rendimiento (%)	91
Constante de par (mNm/A)	30,2
Constante de velocidad (rpm/V)	317
Constante de tiempo mecánica (ms)	5
Inercia del motor ( $\text{gcm}^2$ )	134
Inductancia en bornes (mH)	0,08
Resistencia térmica carcasa/ambiente (K/W)	4,7
Resistencia térmica rotor/carcasa (K/W)	1,9
Constante de tiempo térmica del bobinado (s)	40
Peso del motor (g)	480

Tabla A.7: Características de los motores de movimiento rotativo *Maxon RE 40 Ref 148867*

<b>Reductor Planetario Maxon GP 42 c Ref 203129</b>	
Reducción	156:1
Reducción Absoluta	156
Momento de Inercia ( $\text{gcm}^2$ )	9,1
Número de etapas	3
Máximo par admisible en continuo (Nm)	15
Máximo par admisible de forma intermitente (Nm)	22,5
Máximo rendimiento (%)	72
Peso (g)	460
Holgura en vacío ( $^{\circ}$ )	0,5

Tabla A.8: Características de reductores planetarios *Maxon GP 42 c Ref 203129*

<b>Encoder Digital HEDL 55 with Line Driver RS 422</b>	
Tensión de Alimentación (V)	$5 \pm 10\%$
Señal de salida	EIA Standard RS422
Numero de canales	2+1 Index Channel
Pulsos por vuelta	500
Desfase ( $^{\circ}\text{C}$ )	90
Tiempo de flanco de subida (típico a $C_L = 25\text{pF}$ , $R_L = 2.7\text{k}\Omega$ , $25^{\circ}\text{C}$ ) (ns)	180
Tiempo de flanco de bajada (típico a $C_L = 25\text{pF}$ , $R_L = 2.7\text{k}\Omega$ , $25^{\circ}\text{C}$ ) (ns)	40
Rango de temperatura admisible ( $^{\circ}\text{C}$ )	$0..+70$
Momento de inercia $\text{gcm}^2$	$\leq 0,6$
Máxima aceleración ( $\text{rad s}^{-2}$ )	250000
Corriente de salida por canal (mA)	min -1, max 20
Frecuencia máxima de operación (kHz)	100

Tabla A.9: Características Encoder Digital *HEDL 55 with Line Driver RS 422*

<b>Sensor de Inclinación Seika NG3U</b>	
Rango de medida (degrees)	$\pm 30$
Resolución (degrees)	$< 0,003$
Sensibilidad estandarizada (mV/degrees)	66,67
Desviación linealidad (F.S)	$< 1 \cdot 10^{-3}$
Deriva de temperatura de sensibilidad (%/Kelvin)	$< -0,01$
Deriva de temperatura de punto cero (degrees/K)	$< \pm 10^{-3}$
Tensión de alimentación (V)	8..30
Tensión de salida (V)	0..5
Offset de tensión de salida para punto cero (V)	2,5
Consumo de corriente (mA)	aprox. 10
Rango de temperaturas de operación ( $^{\circ}\text{C}$ )	-40..+85
Grado de protección	IP65
Peso (g)	110

Tabla A.10: Características técnicas del sensor de inclinación *Seika NG3U*

<b>Sensor de Medición de Ángulo FSG PK0613</b>	
Grado de protección	IP 65
Tensión de alimentación (V)	18..33
Ángulo de rotación máximo	355
Valor máximo de la resistencia	10 k $\Omega$
Linealidad (%)	$\pm 0,1$
Tensión de salida (V)	0..10
Peso (g)	110

Tabla A.11: Características técnicas del Sensor de medición ángulo potenciométrico *FSG PK0613*

<b>Sensor de Ultrasonidos Devantech SRF08</b>	
Tensión de alimentación (V)	5
Consumo de corriente (mA)	15 activo, 3 reposo
Distancia máxima que puede medir (m)	6
Distancia mínima que puede medir (m)	0,03
Comunicación con sensor	Bus I <sup>2</sup> C
Número de unidades que se pueden conectar al bus	16
Tiempo entre medidas (ms)	70

Tabla A.12: Características técnicas del sensor de ultrasonidos *Devantech SRF08*

<b>Solenoides biestable lineal Kuhnke BI17</b>	
Tensión de alimentación (V)	24
Tamaño en posición recogida (mm)	64x17x17
Aislamiento	E
Máxima temperatura permisible	120°C
Protección	IP 00
Cable Trenzado (cm)	10
Peso (gr)	58

Tabla A.13: Características técnicas del solenoide biestable lineal *Kuhnke BI17*

<b>Computador de Control Dell Optiplex gx260</b>	
Procesador	Intel Pentium IV
Frecuencia interna (MHz)	2000
Memoria compartida DDR SDRAM (MB)	512

Tabla A.14: Características técnicas del computador de control *Dell Optiplex gx260*

<b>Tarjeta de Puertos Serie 4066A 32 Bit PCI Bus Plug and Play 8S I/O</b>	
UART Chipset	SUN1889
Hardware FIFO	32Byte FIFO
IEEE standard	RS-232 Interface
Driver Chipset	TI-75232
Máxima Velocidad (Kb/s)	921

Tabla A.15: Características técnicas de la tarjeta de puertos serie *4066A 32 bit PCI bus Plug and Play 8S I/O*



Tarjeta de Adquisición de Datos DAQ 6024E de National Instruments	
Canales de entrada Analógicos	16
Resolución convertidor A/D (bit)	12
Rango máximo entradas analógicas (V)	-10..10
Canales de salida Analógicos	2
Rango máximo salidas analógicas (V)	-10..10
Pines I/O digitales	8
Pines Conector externo	68
Contadores 24 bits	7
Contadores 16 bits	3
Resolución máxima (ns)	50

Tabla A.16: Características técnicas de la tarjeta de adquisición de datos de National Instruments *DAQ 6024E*



## Anexo B

# Desarrollo completo de los modelos cinemáticos directo e inverso con la silla sobre la escalera

### B.1 Modelo cinemático directo

#### B.1.1 MCD Fase 1: Los dos trenes en modo rodadura

Para comenzar el cálculo de los parámetros, se parte de la siguiente expresión:

$$\mathbf{f}(\theta_3) - \mathbf{f}(\theta_4) = j l_3 (\mathbf{e}^{-j\theta_2} - \mathbf{e}^{j\theta_1}) \mathbf{e}^{j\gamma} \quad (\text{B.1})$$

Tomando módulos en (B.1) y teniendo en cuenta que  $\mathbf{f}(\theta_3) = X_3 + R\theta_3 + jY_3$  y que  $\mathbf{f}(\theta_4) = \text{Re} [\mathbf{f}(\theta_4)] + j(Y_3 - h)$  se obtiene:

$$|X_3 + R\theta_3 - \text{Re} [\mathbf{f}(\theta_4)] + jh| = l_3 |A_1 - jA_2| \quad (\text{B.2})$$

donde

$$A_1 = \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \quad (\text{B.3})$$

$$A_2 = \sin \theta_2 + \sin \theta_1 \quad (\text{B.4})$$

Despejando el valor de  $\text{Re} [\mathbf{f}(\theta_4)]$ :

$$Re[f(\theta_4)] = X_3 + R\theta_3 - \sqrt{l_3^2 (A_1^2 + A_2^2) - h^2} \quad (B.5)$$

Por tanto, la posiciones de los ejes de los trenes T1 y T2 viene dada por:

$$f(\theta_4) = X_3 + R\theta_3 - \sqrt{l_3^2 (A_1^2 + A_2^2) - h^2} + j[Y_3 - h] \quad (B.6)$$

$$f(\theta_3) = X_3 + R\theta_3 + jY_3 \quad (B.7)$$

Por otro lado, para calcular el ángulo de inclinación  $\gamma$  del mecanismo, se tomará la ecuación de fases de (B.1). En este caso, obtenemos el siguiente resultado.

$$\gamma = \angle [X_3 + R\theta_3 - Re(f(\theta_4)) + jh] + \angle [A_1 + jA_2] - \frac{\pi}{2} \quad (B.8)$$

Finalmente, para conocer las coordenadas del centro de masas aplicamos las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{P}_g = f(\theta_4) + j(l_1 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma} - jl_3 \mathbf{e}^{j(\theta_1 + \gamma)} \quad (B.9)$$

o

$$\mathbf{P}_g = f(\theta_3) + j(l_1 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma} - jl_3 \mathbf{e}^{j(-\theta_2 + \gamma)} \quad (B.10)$$

### B.1.2 MCD Fase 2: Tren T1 en modo rodadura y tren T2 desplegando su mecanismo de remonte

Para comenzar el cálculo de los parámetros, se parte de las siguientes expresiones:

$$\mathbf{P}_g = f(\theta_4) + j(l_1 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma} - jl_3 \mathbf{e}^{j(\theta_1 + \gamma)} \quad (B.11)$$

$$\mathbf{P}_g = f(\theta_3) + (-l_7 + j(l_6 + l_5)) \mathbf{e}^{j\gamma} - jl_3 \mathbf{e}^{j(-\theta_2 + \gamma)} \quad (B.12)$$

$$f(\theta_3) = \mathbf{P}_{C2} + z_2 \mathbf{e}^{j(\mu + \gamma)} \quad (B.13)$$

Haciendo uso de (B.11), (B.12) y (B.13) obtenemos:

$$[\mathbf{P}_{C2} - f(\theta_4)] \mathbf{e}^{-j\gamma} = +j(l_1 - l_6) - z_2 \mathbf{e}^{j\mu} + l_7 + jl_3 (\mathbf{e}^{-j\theta_2} - \mathbf{e}^{j\theta_1}) \quad (B.14)$$

Por otro lado, suponiendo que  $\mathbf{f}(\theta_4) = Re [\mathbf{f}(\theta_4)] + j\hat{Y}_4$  con  $\hat{Y}_4$  de valor constante y conocido y la ecuación (B.14) se obtiene:

$$\left[ Re [\mathbf{P}_{C2}] - Re [\mathbf{f}(\theta_4)] + j \left( Im [\mathbf{P}_{C2}] - \hat{Y}_4 \right) \right] \mathbf{e}^{-j\gamma} = \Delta \mathbf{M} \quad (\text{B.15})$$

donde

$$\Delta \mathbf{M} = l_7 + j(l_1 - l_6) + jl_3 \left( \mathbf{e}^{-j\theta_2} - \mathbf{e}^{j\theta_1} \right) - z_2 \mathbf{e}^{j\mu} \quad (\text{B.16})$$

Se utiliza la ecuación de módulos de (B.15), y se despeja el valor de  $Re [\mathbf{f}(\theta_4)]$ :

$$Re (\mathbf{f}(\theta_4)) = Re [\mathbf{P}_{C2}] - \sqrt{|\Delta \mathbf{M}|^2 - (Im [\mathbf{P}_{C2}] - Y_4)^2} \quad (\text{B.17})$$

A continuación se hace uso de la ecuación de fases de (B.15), y se despeja el valor de  $\gamma$ :

$$\gamma = \angle [\mathbf{P}_{C2} - Re (\mathbf{f}(\theta_4)) - jY_4] - \angle \Delta \mathbf{M} \quad (\text{B.18})$$

Finalmente, con los datos calculados, se calcula el valor de la posición del centro de masas  $\mathbf{P}_g$  mediante las expresiones (B.11) o (B.12).

### B.1.3 MCD Fase 3: Tren T2 en modo rodadura y tren T1 desplegando su mecanismo de remonte

Para comenzar el cálculo de los parámetros, se parte de las siguientes expresiones:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + j(l_1 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma} - jl_3 \mathbf{e}^{j(\theta_1 + \gamma)} \quad (\text{B.19})$$

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) + j(l_1 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma} - jl_3 \mathbf{e}^{j(-\theta_2 + \gamma)} \quad (\text{B.20})$$

$$\mathbf{f}(\theta_3) = Re [\mathbf{f}(\theta_3)] + j\hat{Y}_3 \quad (\text{B.21})$$

$$\mathbf{f}(\theta_4) = \mathbf{P}_{C1} + z_1 \mathbf{e}^{j(\mu + \gamma)} \quad (\text{B.22})$$

Operando con (B.19), (B.20), (B.21) y (B.22) se obtiene:

$$\left[ Re [\mathbf{f}(\theta_3)] + j\hat{Y}_3 - \mathbf{P}_{C1} \right] \mathbf{e}^{-j\gamma} = \Delta \mathbf{V} \quad (\text{B.23})$$

donde

$$\Delta \mathbf{V} = l_3 \left[ \mathbf{e}^{-j\theta_2} - \mathbf{e}^{j\theta_1} \right] + z_1 \mathbf{e}^{j\mu} \quad (\text{B.24})$$

Para obtener el valor de  $Re[\mathbf{f}(\theta_3)]$ , utilizamos la ecuacion de módulos de la expresion (B.23):

$$Re[\mathbf{f}(\theta_3)] = Re[\mathbf{P}_{C1}] + \sqrt{|\Delta \mathbf{V}|^2 - (Y_3 - Im[\mathbf{P}_{C1}])^2} \quad (\text{B.25})$$

A continuación, para obtener el valor de  $\gamma$ , utilizamos la ecuacion de fases de la expresion (B.23):

$$\gamma = \angle [Re[\mathbf{f}(\theta_3)] + jY_3 - \mathbf{P}_{C1}] - \angle [\Delta \mathbf{V}] \quad (\text{B.26})$$

Finalmente, el cálculo del valor de  $\mathbf{P}_g$  mediante las expresiones (B.19) o (B.20).

#### B.1.4 MCD Fase 4: Trenes T1 y T2 desplegando sus mecanismos de remonte correspondientes

Para comenzar el cálculo de los parámetros, se parte de las siguientes expresiones:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + j(l_1 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma} - jl_3 \mathbf{e}^{j(\theta_1 + \gamma)} \quad (\text{B.27})$$

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) - l_7 \mathbf{e}^{j\gamma} + j(l_6 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma} - jl_3 \mathbf{e}^{j(-\theta_2 + \gamma)} \quad (\text{B.28})$$

$$\mathbf{f}(\theta_3) = \mathbf{P}_{C2} + z_2 \mathbf{e}^{j(\mu + \gamma)} \quad (\text{B.29})$$

$$\mathbf{f}(\theta_4) = \mathbf{P}_{C1} + z_1 \mathbf{e}^{j(\mu + \gamma)} \quad (\text{B.30})$$

Operamos conjuntamente con (B.27), (B.28), (B.29) y (B.30) y se obtiene:

$$[\mathbf{P}_{C2} - \mathbf{P}_{C1}] \mathbf{e}^{-j\gamma} = \Delta \mathbf{R} \quad (\text{B.31})$$

con  $\Delta \mathbf{R}$ :

$$\Delta \mathbf{R} = (z_1 - z_2) \mathbf{e}^{j\mu} + l_7 + j(l_1 - l_6) + jl_3 \left( \mathbf{e}^{-j\theta_2} - \mathbf{e}^{-j\theta_1} \right) \quad (\text{B.32})$$

Tomando la ecuación de fases de (B.31) se obtiene el ángulo  $\gamma$  de inclinación con respecto a la vertical:

$$\gamma = \angle [\mathbf{P}_{C2} - \mathbf{P}_{C1}] - \angle [\Delta \mathbf{R}] \quad (\text{B.33})$$

Finalmente, el cálculo del valor de  $\mathbf{P}_g$  mediante las expresiones (B.27) o (B.28).

## B.2 Modelo cinemático inverso

### B.2.1 MCI Fase 1: Los dos trenes en modo rodadura

De la ecuación (B.9) obtenemos el siguiente resultado:

$$\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_4) - j(l_1 + l_5)\mathbf{e}^{j\gamma} = -jl_3\mathbf{e}^{j(\theta_1+\gamma)} \quad (\text{B.34})$$

Utilizando la ecuación de módulos de (B.34) se obtiene el siguiente resultado:

$$|A_3 - \text{Re}[\mathbf{f}(\theta_4)] + jA_4| = l_3 \quad (\text{B.35})$$

donde:

$$A_3 = \text{Re}[\mathbf{P}_g] - (l_1 + l_5) \sin \gamma \quad (\text{B.36})$$

$$A_4 = \text{Im}[\mathbf{P}_g] - (Y_3 - h) - (l_1 + l_5) \cos \gamma \quad (\text{B.37})$$

De la ecuación (B.34) despejamos el valor de  $\text{Re}[\mathbf{f}(\theta_4)]$ :

$$\text{Re}[\mathbf{f}(\theta_4)] = A_3 - \sqrt{l_3^2 - A_4^2} \quad (\text{B.38})$$

Por otro lado, el valor de  $\theta_1$  puede ser calculado utilizando la ecuación de fases de la expresión (B.34).

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \gamma + \angle [A_3 - \text{Re}[\mathbf{f}(\theta_4)] + jA_4] \quad (\text{B.39})$$

Para calcular los dos parámetros restantes, haremos uso de la ecuación (B.10), expresándola de la siguiente forma:

$$\mathbf{P}_g - \mathbf{f}(\theta_3) - j(l_1 + l_5)\mathbf{e}^{j\gamma} = -jl_3\mathbf{e}^{j(-\theta_2+\gamma)} \quad (\text{B.40})$$

En primer lugar, se utilizará la ecuación de módulos de (B.40), aportando el siguiente resultado:

$$|A_5 - R\theta_3 + jA_6| = l_3 \quad (\text{B.41})$$

donde

$$A_5 = \text{Re} [\mathbf{P}_g] - X_3 + (l_1 + l_5) \sin \gamma \quad (\text{B.42})$$

$$A_6 = \text{Im} [\mathbf{P}_g] - Y_3 - (l_1 + l_5) \cos \gamma \quad (\text{B.43})$$

Despejamos el valor de  $\theta_3$  de la ecuación (B.41) obteniendo el siguiente resultado:

$$\theta_3 = \frac{1}{R} \left[ A_5 + \sqrt{l_3^2 - A_6^2} \right] \quad (\text{B.44})$$

Utilizando a continuación la ecuación de fases de la expresión (B.40) obtenemos el valor de  $\theta_2$  de forma inmediata:

$$\theta_2 = \gamma - \frac{\pi}{2} - \angle [A_5 - R\theta_3 + jA_6] \quad (\text{B.45})$$

### B.2.2 MCI Fase 2: Tren T1 en modo rodadura y tren T2 desplegando su mecanismo de remonte

Se comienza operando con las expresiones (B.12) y (B.13) obteniendo el siguiente resultado:

$$\Delta \mathbf{N} = -jl_3 \mathbf{e}^{-j(\theta_2 + \mu)} \quad (\text{B.46})$$

con  $\Delta \mathbf{N}$  el siguiente:

$$\Delta \mathbf{N} = \mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C2} - [-l_7 + j(l_6 + l_5)] \mathbf{e}^{-j(\mu + \gamma)} \quad (\text{B.47})$$

Tomando de la expresión (B.47) la ecuación correspondiente a la parte imaginaria se obtiene el valor del ángulo  $\theta_2$  de forma inmediata:

$$\theta_2 = \arccos \left[ \frac{\text{Im} [\Delta \mathbf{N}]}{-l_3} \right] - \mu \quad (\text{B.48})$$

Por otro lado, una vez conocido el valor de  $\theta_2$  se opera con la parte imaginaria de la expresión (B.47), obteniendo el valor de  $z_2$



$$z_2 = Re [\Delta \mathbf{N}] + l_3 \sin (\theta_2 + \mu) \quad (\text{B.49})$$

Seguidamente, operamos con B.11 teniendo en cuenta que  $\mathbf{f}(\theta_4) = Re [\mathbf{f}(\theta_4)] + j\hat{Y}_4$  obteniendo la siguiente expresión:

$$\mathbf{P}_g - Re [\mathbf{f}(\theta_4)] - j\hat{Y}_4 - j(l_1 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma} = -jl_3 \mathbf{e}^{j(\theta_1 + \gamma)} \quad (\text{B.50})$$

Para obtener el valor de  $Re [\mathbf{f}(\theta_4)]$  utilizamos la ecuación de módulos obtenida a partir de (B.50). La expresión resultante es la siguiente:

$$|A_7 - Re [\mathbf{f}(\theta_4)] + jA_8| = l_3 \quad (\text{B.51})$$

con

$$A_7 = Re [\mathbf{P}_g] + (l_1 + l_5) \sin \gamma \quad (\text{B.52})$$

$$A_8 = Im [\mathbf{P}_g] - Y_4 - (l_1 + l_5) \cos \gamma \quad (\text{B.53})$$

Despejando de (B.51) se obtiene:

$$Re [\mathbf{f}(\theta_4)] = A_7 - \sqrt{l_3^2 - A_8^2} \quad (\text{B.54})$$

De igual forma, utilizamos la ecuación de fases obtenida a partir de (B.50) y obtenemos el valor de  $\theta_1$  de una forma directa.

$$\theta_1 = \angle [A_7 - Re [\mathbf{f}(\theta_4)] + jA_8] - \gamma + \frac{\pi}{2} \quad (\text{B.55})$$

### B.2.3 MCI Fase 3: Tren T2 en modo rodadura y tren T1 desplegando su mecanismo de remonte

Se comienza operando con las expresiones (B.19) y (B.22) obteniendo la siguiente expresión:

$$\Delta \mathbf{P} = -jl_3 \mathbf{e}^{j(\theta_1 - \mu)} \quad (\text{B.56})$$

con

$$\Delta \mathbf{P} = [\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C1} - j(l_1 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma}] \mathbf{e}^{-j(\mu+\gamma)} \quad (\text{B.57})$$

Tomando la ecuación correspondiente a la parte imaginaria de la expresión (B.56) se obtiene:

$$\theta_1 = \mu + \arccos \left[ \frac{\text{Im} [\Delta \mathbf{P}]}{-l_3} \right] \quad (\text{B.58})$$

De igual forma, y teniendo en cuenta que acabamos de calcular el valor de  $\theta_1$  tomamos ahora la ecuación correspondiente a la parte real de (B.56) para obtener el valor de  $z_1$ :

$$z_1 = \text{Re} [\Delta \mathbf{P}] - l_3 \sin (\theta_1 + \mu) \quad (\text{B.59})$$

Por otro lado, operando con las ecuaciones (B.20) y (B.21) se obtiene la siguiente expresión:

$$A_9 - \text{Re} [\mathbf{f}(\theta_3)] + jA_{10} = -jl_3 \mathbf{e}^{j(-\theta_2+\gamma)} \quad (\text{B.60})$$

donde

$$A_9 = \text{Re} [\mathbf{P}_g] + (l_1 + l_5) \sin \gamma \quad (\text{B.61})$$

$$A_{10} = \text{Im} [\mathbf{P}_g] - (l_1 + l_5) \cos \gamma \quad (\text{B.62})$$

Tomando la ecuación de módulos de (B.60) obtenemos el valor de  $\text{Re} [\mathbf{f}(\theta_3)]$ .

$$\text{Re} [\mathbf{f}(\theta_3)] = A_9 + \sqrt{l_3^2 - A_{10}^2} \quad (\text{B.63})$$

De igual forma, tomando la ecuación de fases de (B.60) obtenemos el valor del ángulos  $\theta_2$ .

$$\theta_2 = \gamma - \frac{\pi}{2} - \angle [A_9 - \text{Re} [\mathbf{f}(\theta_3)] + jA_{10}] \quad (\text{B.64})$$

#### B.2.4 MCI Fase 4: Trenes T1 y T2 desplegando sus mecanismos de remonte correspondientes

Se comienza operando con las expresiones (B.27) y (B.30), obteniendo:

$$\Delta S = z_1 - jl_3 \mathbf{e}^{j(\theta_1 - \mu)} \quad (\text{B.65})$$

donde

$$\Delta S = [\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C1} - j(l_1 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma}] \mathbf{e}^{-j(\mu + \gamma)} \quad (\text{B.66})$$

Tomando la ecuación correspondiente a la parte imaginaria de (B.65) obtenemos el valor de  $\theta_1$  fácilmente.

$$\theta_1 = \arccos\left(\frac{\text{Im}[\Delta \mathbf{S}]}{-l_3}\right) + \mu \quad (\text{B.67})$$

De igual modo, tomando la parte real correspondiente a la ecuación (B.65) y habiendo calculado previamente el valor de  $\theta_1$ , se obtiene el valor de  $z_1$  de una forma directa.

$$z_1 = \text{Re}[\Delta \mathbf{S}] - l_3 \sin(\theta_1 - \mu) \quad (\text{B.68})$$

Operando a continuación con las expresiones (B.28) y (B.29) obtenemos la siguiente expresión:

$$\Delta \mathbf{T} = z_2 - jl_3 \mathbf{e}^{-j(\theta_2 + \mu)} \quad (\text{B.69})$$

donde

$$\Delta \mathbf{T} = [\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_{C2} + l_7 \mathbf{e}^{j\gamma} - j(l_6 + l_5) \mathbf{e}^{j\gamma}] \mathbf{e}^{-j(\mu + \gamma)} \quad (\text{B.70})$$

Separando la ecuación (B.69) en las ecuaciones correspondientes a su parte imaginaria y a su parte real (en este orden), se obtienen de forma directa los valores de  $\theta_2$  y  $z_2$ .

$$\theta_2 = \arccos\left[\frac{\text{Im}[\Delta \mathbf{T}]}{-l_3}\right] - \mu \quad (\text{B.71})$$

$$z_2 = \text{Re}[\Delta \mathbf{T}] + l_3 \sin(\theta_2 + \mu) \quad (\text{B.72})$$



## Anexo C

# Desarrollo del cálculo de la elección de la estrategia de subida de escaleras

Como se vió anteriormente, la configuración del mecanismo (y el modelo cinemático) cambia a lo largo del proceso de subida de la escalera. Estos cambios necesarios de configuración implican una buena sincronización y un movimiento preciso de todos los grados de libertad actuados de la silla de ruedas. La selección de una apropiada estrategia de subida puede llegar a causar un aumento de la confortabilidad del pasajero, una disminución del número de motores a utilizar para realizar el mismo proceso o un menor consumo de energía (lo que conlleva a un aumento del tiempo de autonomía del sistema). A continuación se demostrarán diferentes técnicas de subida de escaleras que incidirán en la mejora de uno o varios de los objetivos buscados, los cuales se han citado previamente.

### **C.1 Trayectoria del eje central de la silla de ruedas con la misma pendiente que la pendiente del terreno sobre la que ruedan los trenes T1 o T2**

El mecanismo se puede encontrar en esta situación cuando opera sobre terrenos sin ningún tipo de discontinuidad o cuando se encuentra en la fase de subida de escaleras en la que los dos trenes se encuentran en modo rodadura. La situación inicial es presentada en la figura 5.3. Para proponer el estudio de la trayectoria a seguir por parte del eje de la silla de ruedas

de una forma más general, se realizará la suposición de que los trenes T1 y T2 se encuentran rodando sobre terrenos con pendientes diferentes ( $\alpha_1$  and  $\alpha_2$ ) respectivamente). En este caso, la situación se modela mediante las siguientes expresiones:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} + l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \quad (\text{C.1})$$

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} - l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \quad (\text{C.2})$$

Sí el mecanismo realiza un movimiento incremental desde su posición actual, la nueva situación puede ser expresada por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_g + \Delta \mathbf{P}_g &= \mathbf{f}(\theta_3) + \Delta \mathbf{f}(\theta_3) + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \\ &+ l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} \mathbf{e}^{j(\Delta\gamma - \Delta\theta_2)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_g + \Delta \mathbf{P}_g &= \mathbf{f}(\theta_4) + \Delta \mathbf{f}(\theta_4) + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \\ &- l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} \mathbf{e}^{j(\Delta\gamma + \Delta\theta_1)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Operando separadamente con (C.1) y (C.2) y por otro lado con (C.3) y (C.4) se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{P}_g &= \Delta \mathbf{f}(\theta_3) + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) \\ &+ l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} (\mathbf{e}^{j(\Delta\gamma - \Delta\theta_2)} - 1) + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{P}_g &= \Delta \mathbf{f}(\theta_4) + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) \\ &- l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} (\mathbf{e}^{j(\Delta\gamma + \Delta\theta_1)} - 1) + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Como primer supuesto se calculan los valores de  $\Delta\theta_2$ ,  $|\Delta \mathbf{f}(\theta_3)|$ ,  $\Delta\theta_1$  y  $|\Delta \mathbf{f}(\theta_4)|$  en el caso de que el eje central de la silla de ruedas no rota ( $\Delta\gamma = 0$ ), la inclinación del chasis de la silla de ruedas con respecto a la vertical es nula ( $\gamma = 0$ ) y el ángulo de inclinación impuesto para la trayectoria de subida del obstáculo es el mismo que el ángulo de inclinación del terreno

sobre el que se encuentra apoyado el tren T2 ( $\alpha_2$ ). En primer lugar, para calcular los valores de  $\Delta\theta_2$  y  $|\Delta\mathbf{f}(\theta_3)|$  se hace uso de la expresión (C.5) que se simplifica de la siguiente forma:

$$|\Delta\mathbf{P}_g|\mathbf{e}^{j\alpha_2} = |\Delta\mathbf{f}(\theta_3)|\mathbf{e}^{j\alpha_2} + l_4\mathbf{e}^{j(\frac{3\pi}{2}-\theta_2)}\left(\mathbf{e}^{-j\Delta\theta_2} - 1\right) \quad (\text{C.7})$$

Operando adecuadamente con (C.7) se obtiene:

$$|\Delta\mathbf{P}_g| = |\Delta\mathbf{f}(\theta_3)| + l_4\mathbf{e}^{j(\frac{3\pi}{2}-\theta_2-\alpha_2)}\left(\mathbf{e}^{-j\Delta\theta_2} - 1\right) \quad (\text{C.8})$$

Separando (C.8) en la ecuación correspondiente a la parte real y la correspondiente a la parte imaginaria resulta:

$$\Delta\theta_2 = 0 \quad (\text{C.9})$$

$$|\Delta\mathbf{P}_g| = |\Delta\mathbf{f}(\theta_3)| \quad (\text{C.10})$$

Por otro lado, haciendo uso de (C.6) y con el supuesto anterior se calculan los valores de  $\Delta\theta_1$  y  $|\Delta\mathbf{f}(\theta_4)|$  resultando:

$$|\Delta\mathbf{P}_g|\mathbf{e}^{j\alpha_2} = |\Delta\mathbf{f}(\theta_4)|\mathbf{e}^{j\alpha_1} - l_3\mathbf{e}^{j(\frac{\pi}{2}+\theta_1)}\left(\mathbf{e}^{j\Delta\theta_1} - 1\right) \quad (\text{C.11})$$

Operando adecuadamente con (C.11) se obtiene:

$$|\Delta\mathbf{P}_g|\mathbf{e}^{j(\alpha_2-\alpha_1)} = |\Delta\mathbf{f}(\theta_4)| - l_3\mathbf{e}^{j(\frac{\pi}{2}+\theta_1-\alpha_2)}\left(\mathbf{e}^{j\Delta\theta_1} - 1\right) \quad (\text{C.12})$$

Separando (C.12) en la ecuación correspondiente a la parte real y la correspondiente a la parte imaginaria resulta:

$$\Delta\theta_1 = \arccos\left(\frac{|\Delta\mathbf{P}_g|\sin(\alpha_1 - \alpha_2) + l_3\cos(\theta_1 - \alpha_2)}{l_3}\right) - \theta_1 + \alpha_2 \quad (\text{C.13})$$

$$|\Delta\mathbf{f}(\theta_4)| = |\Delta\mathbf{P}_g|\cos(\alpha_1 - \alpha_2) - l_3(\sin(\theta_1 - \alpha_2 + \Delta\theta_1) - \sin(\theta_1 - \alpha_2)) \quad (\text{C.14})$$

Como segundo supuesto se calculan los valores de  $\Delta\theta_1$ ,  $|\Delta\mathbf{f}(\theta_4)|$ ,  $\Delta\theta_2$  y  $|\Delta\mathbf{f}(\theta_3)|$  en el caso de que el eje central de la silla de ruedas no rota ( $\Delta\gamma = 0$ ), la inclinación del chasis de la silla de ruedas con respecto a la vertical es nula ( $\gamma = 0$ ) y el ángulo de inclinación impuesto para la trayectoria de subida del obstáculo es el mismo que el ángulo de inclinación

del terreno sobre el que se encuentra apoyado el tren T1 ( $\beta = \alpha_1$ ). En primer lugar, para calcular los valores de  $\Delta\theta_1$  y  $|\Delta\mathbf{f}(\theta_4)|$  se hace uso de la expresión (C.6) que se simplifica de la siguiente forma:

$$|\Delta\mathbf{P}_g|\mathbf{e}^{j\alpha_1} = |\Delta\mathbf{f}(\theta_4)|\mathbf{e}^{j\alpha_1} - l_3\mathbf{e}^{j(\frac{\pi}{2}+\theta_1)}\left(\mathbf{e}^{j\Delta\theta_1} - 1\right) \quad (\text{C.15})$$

Operando adecuadamente con (C.15) se obtiene:

$$|\Delta\mathbf{P}_g| = |\Delta\mathbf{f}(\theta_4)| - l_3\mathbf{e}^{j(\frac{\pi}{2}+\theta_1-\alpha_1)}\left(\mathbf{e}^{j\Delta\theta_1} - 1\right) \quad (\text{C.16})$$

Separando (C.16) en la ecuación correspondiente a la parte real y la correspondiente a la parte imaginaria resulta:

$$\Delta\theta_1 = 0 \quad (\text{C.17})$$

$$|\Delta\mathbf{f}(\theta_4)| = |\Delta\mathbf{P}_g| \quad (\text{C.18})$$

Por otro lado, haciendo uso de (C.5) y con el supuesto anterior se calculan los valores de  $\Delta\theta_2$  y  $|\Delta\mathbf{f}(\theta_3)|$  resultando:

$$|\Delta\mathbf{P}_g|\mathbf{e}^{j\alpha_1} = |\Delta\mathbf{f}(\theta_3)|\mathbf{e}^{j\alpha_2} + l_4\mathbf{e}^{j(\frac{3\pi}{2}-\theta_2)}\left(\mathbf{e}^{-j\Delta\theta_2} - 1\right) \quad (\text{C.19})$$

Operando adecuadamente con (C.19) se obtiene:

$$|\Delta\mathbf{P}_g|\mathbf{e}^{j(\alpha_1-\alpha_2)} = |\Delta\mathbf{f}(\theta_3)| + l_4\mathbf{e}^{j(\frac{3\pi}{2}-\theta_2-\alpha_2)}\left(\mathbf{e}^{-j\Delta\theta_2} - 1\right) \quad (\text{C.20})$$

Separando (C.20) en la ecuación correspondiente a la parte real y la correspondiente a la parte imaginaria resulta:

$$\Delta\theta_2 = \arccos\left(\frac{l_4 \cos(\theta_2 + \alpha_2) - |\Delta\mathbf{P}_g| \sin(\alpha_1 - \alpha_2)}{l_3}\right) - \theta_2 - \alpha_2 \quad (\text{C.21})$$

$$|\Delta\mathbf{f}(\theta_3)| = |\Delta\mathbf{P}_g| \cos(\alpha_1 - \alpha_2) + l_4 (\sin(\theta_2 + \alpha_2 + \Delta\theta_2) - \sin(\theta_2 + \alpha_2)) \quad (\text{C.22})$$



## C.2 Trayectoria del eje central de la silla de ruedas el tren T1 se encuentra en modo rodadura y el tren T2 desplegando el mecanismo de remonte

En este caso el sistema se encuentra en una situación mixta. La situación inicial es presentada en la figura 5.4. Para proponer el estudio de la trayectoria a seguir por parte del eje de la silla de ruedas de una forma más general, se realizará la suposición de que el tren T1 se encuentra rodando sobre un terreno con ángulo de inclinación  $\alpha_1$  y el tren T2 se mueve con un ángulo de inclinación ( $\mu = \frac{\pi}{2} - \delta$ ). En este caso, la situación se modela mediante las siguientes expresiones:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} - l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \quad (\text{C.23})$$

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) + z_2 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta)} + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} + l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \quad (\text{C.24})$$

Sí el mecanismo realiza un movimiento incremental desde la posición inicial, la nueva situación puede ser modelada mediante las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_g + \Delta \mathbf{P}_g &= \mathbf{f}(\theta_4) + \Delta \mathbf{f}(\theta_4) + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \\ &- l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} \mathbf{e}^{j(\Delta\gamma + \Delta\theta_1)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_g + \Delta \mathbf{P}_g &= \mathbf{f}(\theta_3) + (z_2 + \Delta z_2) \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta + \Delta\gamma)} + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \\ &+ l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} \mathbf{e}^{j(\Delta\gamma - \Delta\theta_2)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \end{aligned} \quad (\text{C.26})$$

Operando separadamente con (C.23) y (C.25) y por otro lado con (C.24) y (C.26), se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{P}_g &= \Delta \mathbf{f}(\theta_4) + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) \\ &- l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} (\mathbf{e}^{j(\Delta\gamma + \Delta\theta_1)} - 1) + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) \end{aligned} \quad (\text{C.27})$$

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{P}_g &= z_2 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) + \Delta z_2 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta + \Delta\gamma)} \\
&+ l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) + l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} (\mathbf{e}^{j(\Delta\gamma - \Delta\theta_2)} - 1) \\
&+ l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1)
\end{aligned} \tag{C.28}$$

Como primer supuesto se calculan los valores de  $\Delta\theta_1$ ,  $|\Delta \mathbf{f}(\theta_4)|$ ,  $\Delta\theta_2$  y  $\Delta z_2$  en el caso de que el eje central de la silla de ruedas no rota ( $\Delta\gamma = 0$ ), la inclinación del chasis de la silla de ruedas con respecto a la vertical es nula ( $\gamma = 0$ ) y el ángulo de inclinación impuesto para la trayectoria de subida del obstáculo es el mismo que el ángulo de inclinación del terreno sobre el que se encuentra apoyado el tren T1 ( $\beta = \alpha_1$ ). En primer lugar, para calcular los valores de  $\Delta\theta_1$  y  $|\Delta \mathbf{f}(\theta_4)|$  se hace uso de la expresión (C.27) que se simplifica de la siguiente forma:

$$|\Delta \mathbf{P}_g| \mathbf{e}^{j\alpha_1} = |\Delta \mathbf{f}(\theta_4)| \mathbf{e}^{j\alpha_1} - l_3 \mathbf{e}^{j(\frac{\pi}{2} + \theta_1)} (\mathbf{e}^{j\Delta\theta_1} - 1) \tag{C.29}$$

Operando adecuadamente con (C.29) se obtiene:

$$|\Delta \mathbf{P}_g| = |\Delta \mathbf{f}(\theta_4)| - l_3 \mathbf{e}^{j(\frac{\pi}{2} + \theta_1 - \alpha_1)} (\mathbf{e}^{j\Delta\theta_1} - 1) \tag{C.30}$$

Separando (C.30) en la ecuación correspondiente a la parte real y la correspondiente a la parte imaginaria resulta:

$$\Delta\theta_1 = 0 \tag{C.31}$$

$$|\Delta \mathbf{f}(\theta_4)| = |\Delta \mathbf{P}_g| \tag{C.32}$$

Por otro lado, haciendo uso de (C.28) y con el supuesto anterior se calculan los valores de  $\Delta\theta_2$  y  $\Delta z_2$  resultando:

$$|\Delta \mathbf{P}_g| \mathbf{e}^{j\alpha_1} = \Delta z_2 \mathbf{e}^{j(\frac{\pi}{2} - \delta)} + l_4 \mathbf{e}^{j(\frac{3\pi}{2} - \theta_2)} (\mathbf{e}^{-j\Delta\theta_2} - 1) \tag{C.33}$$

Operando adecuadamente con (C.33) se obtiene:

$$|\Delta \mathbf{P}_g| \mathbf{e}^{j(\alpha_1 + \delta - \frac{\pi}{2})} = \Delta z_2 + l_4 \mathbf{e}^{j(\pi - \theta_2 + \delta)} (\mathbf{e}^{-j\Delta\theta_2} - 1) \tag{C.34}$$

Separando (C.34) en la ecuación correspondiente a la parte real y la correspondiente a la parte imaginaria resulta:

$$\Delta\theta_2 = \delta - \theta_2 - \arcsin\left(\frac{l_4 \sin(\delta - \theta_2) + |\Delta\mathbf{P}_g| \cos(\delta + \alpha_1)}{l_4}\right) \quad (\text{C.35})$$

$$\Delta z_2 = |\Delta\mathbf{P}_g| \sin(\delta + \alpha_1) + l_4 (\cos(\delta - \theta_2 - \Delta\theta_2) - \cos(\delta - \theta_2)) \quad (\text{C.36})$$

Como segundo supuesto se calculan los valores de  $\Delta\theta_2$ ,  $\Delta z_2$ ,  $\Delta\theta_1$  y  $|\Delta\mathbf{f}(\theta_4)|$  en el caso de que el eje central de la silla no rota ( $\Delta\gamma = 0$ ), que la inclinación del chasis con respecto a la vertical es nula ( $\gamma = 0$ ) y que la pendiente de la trayectoria de subida del eje central es la misma que la pendiente que impone el mecanismo de remonte del tren T2 en sus movimientos de superación de obstáculos ( $\beta = \mu = \frac{\pi}{2} - \delta$ ). En primer lugar, para calcular los valores de  $\Delta\theta_2$  y  $\Delta z_2$  se hace uso de la expresión (C.28) que se simplifica de la siguiente forma:

$$|\Delta\mathbf{P}_g|e^{j(\frac{\pi}{2}-\delta)} = \Delta z_2 e^{j(\frac{\pi}{2}-\delta)} + l_4 e^{j(\frac{3\pi}{2}-\theta_2)} (e^{-j\Delta\theta_2} - 1) \quad (\text{C.37})$$

Operando adecuadamente con (C.37) se obtiene:

$$|\Delta\mathbf{P}_g| = \Delta z_2 + l_4 e^{j(\pi-\theta_2+\delta)} (e^{-j\Delta\theta_2} - 1) \quad (\text{C.38})$$

Separando (C.38) en la ecuación correspondiente a la parte real y la correspondiente a parte imaginaria resulta:

$$\Delta\theta_2 = 0 \quad (\text{C.39})$$

$$\Delta z_2 = |\Delta\mathbf{P}_g| \quad (\text{C.40})$$

Por otro lado, haciendo uso de (C.27) y con el supuesto anterior se calculan los valores de  $\Delta\theta_1$  y  $|\Delta\mathbf{f}(\theta_4)|$  resultando:

$$|\Delta\mathbf{P}_g|e^{j(\frac{\pi}{2}-\delta)} = |\Delta\mathbf{f}(\theta_4)|e^{j\alpha_1} - l_3 e^{j(\frac{\pi}{2}+\theta_1)} (e^{j\Delta\theta_1} - 1) \quad (\text{C.41})$$

Operando adecuadamente con (C.41) se obtiene:

$$|\Delta\mathbf{P}_g|e^{j(\frac{\pi}{2}-\delta-\alpha_1)} = |\Delta\mathbf{f}(\theta_4)| - l_3 e^{j(\frac{\pi}{2}+\theta_1-\alpha_1)} (e^{j\Delta\theta_1} - 1) \quad (\text{C.42})$$

Separando (C.42) en la ecuación correspondiente a la parte real y la correspondiente a la parte imaginaria resulta:

$$\Delta\theta_1 = \arccos \left( l_3 \cos(\theta_1 - \alpha_1) - \frac{|\Delta\mathbf{P}_g| \cos(\delta + \alpha_1)}{l_3} \right) - \theta_1 + \alpha_1 \quad (\text{C.43})$$

$$|\Delta\mathbf{f}(\theta_4)| = |\Delta\mathbf{P}_g| \sin(\delta + \alpha_1) - l_3 (\sin(\theta_1 + \alpha_1 + \Delta\theta_1) - \sin(\theta_1 + \alpha_1)) \quad (\text{C.44})$$

### C.3 Trayectoria del eje central de la silla de ruedas el tren T2 se encuentra en modo rodadura y el tren T1 desplegando el mecanismo de remonte

En este caso el sistema se encuentra en una situación mixta. La situación inicial es presentada en la figura 5.5. Para proponer el estudio de la trayectoria a seguir por parte del eje de la silla de ruedas de una forma más general, se realizará la suposición de que el tren T2 se encuentra rodando sobre un terreno con pendiente  $\alpha_2$  y el tren T1 se mueve con un ángulo de inclinación  $\mu = \frac{\pi}{2} - \delta$ . En este caso, la situación se modela mediante las siguientes expresiones:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} + l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \quad (\text{C.45})$$

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + z_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta)} + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} - l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \quad (\text{C.46})$$

Sí el mecanismo realiza un movimiento incremental desde la posición inicial, la nueva situación puede ser modelada mediante las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_g + \Delta\mathbf{P}_g &= \mathbf{f}(\theta_3) + \Delta\mathbf{f}(\theta_3) + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \\ &+ l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} \mathbf{e}^{j(\Delta\gamma - \Delta\theta_2)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \end{aligned} \quad (\text{C.47})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_g + \Delta\mathbf{P}_g &= \mathbf{f}(\theta_4) + (z_1 + \Delta z_1) \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta + \Delta\gamma)} + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \\ &- l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} \mathbf{e}^{j(\Delta\gamma + \Delta\theta_1)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \end{aligned} \quad (\text{C.48})$$

Operando separadamente con (C.45) y (C.47) y por otro lado con (C.46) y (C.48), se

obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{P}_g &= \Delta \mathbf{f}(\theta_3) + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) \\ &+ l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} (\mathbf{e}^{j(\Delta\gamma - \Delta\theta_2)} - 1) + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) \end{aligned} \quad (\text{C.49})$$

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{P}_g &= z_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) + \Delta z_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta + \Delta\gamma)} \\ &+ l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) - l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} (\mathbf{e}^{j(\Delta\gamma + \Delta\theta_1)} - 1) \\ &+ l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) \end{aligned} \quad (\text{C.50})$$

Como primer supuesto se calculan los valores de  $\Delta\theta_2$ ,  $|\Delta \mathbf{f}(\theta_3)|$ ,  $\Delta\theta_1$  y  $\Delta z_1$  en el caso de que el eje central de la silla de ruedas no rota ( $\Delta\gamma = 0$ ), la inclinación del chasis de la silla de ruedas con respecto a la vertical es nula ( $\gamma = 0$ ) y el ángulo de inclinación impuesto para la trayectoria de subida del obstáculo es el mismo que el ángulo de inclinación del terreno sobre el que se encuentra apoyado el tren T2 ( $\alpha_2$ ). En primer lugar, para calcular los valores de  $\Delta\theta_2$  y  $|\Delta \mathbf{f}(\theta_3)|$  se hace uso de la expresión (C.49) que se simplifica de la siguiente forma:

$$|\Delta \mathbf{P}_g| \mathbf{e}^{j\alpha_2} = |\Delta \mathbf{f}(\theta_3)| \mathbf{e}^{j\alpha_2} + l_4 \mathbf{e}^{j(\frac{3\pi}{2} - \theta_2)} (\mathbf{e}^{-j\Delta\theta_2} - 1) \quad (\text{C.51})$$

Operando adecuadamente con (C.51) se obtiene:

$$|\Delta \mathbf{P}_g| = |\Delta \mathbf{f}(\theta_3)| + l_4 \mathbf{e}^{j(\frac{3\pi}{2} - \theta_2 - \alpha_2)} (\mathbf{e}^{-j\Delta\theta_2} - 1) \quad (\text{C.52})$$

Separando (C.52) en la ecuación correspondiente a la parte real y la correspondiente a la parte imaginaria resulta:

$$\Delta\theta_2 = 0 \quad (\text{C.53})$$

$$|\Delta \mathbf{f}(\theta_3)| = |\Delta \mathbf{P}_g| \quad (\text{C.54})$$

Por otro lado, haciendo uso de (C.50) y con el supuesto anterior se calculan los valores de  $\Delta\theta_1$  y  $\Delta z_1$  resultando:

$$|\Delta \mathbf{P}_g| \mathbf{e}^{j\alpha_2} = \Delta z_1 \mathbf{e}^{j(\frac{\pi}{2} - \delta)} - l_3 \mathbf{e}^{j(\frac{\pi}{2} + \theta_1)} (\mathbf{e}^{j\Delta\theta_1} - 1) \quad (\text{C.55})$$

Operando adecuadamente con (C.55) se obtiene:

$$|\Delta \mathbf{P}_g| e^{j(\alpha_2 + \delta - \frac{\pi}{2})} = \Delta z_1 - l_3 e^{j(\theta_1 + \delta)} (e^{j\Delta\theta_1} - 1) \quad (\text{C.56})$$

Separando (C.56) en la ecuación correspondiente a la parte real y la correspondiente a la parte imaginaria resulta:

$$\Delta\theta_1 = \arcsin\left(\frac{l_3 \sin(\theta_1 + \delta) + |\Delta \mathbf{P}_g| \cos(\delta + \alpha_2)}{l_3}\right) - \theta_1 - \delta \quad (\text{C.57})$$

$$\Delta z_1 = |\Delta \mathbf{P}_g| \sin(\delta + \alpha_2) + l_3 (\cos(\theta_1 + \delta + \Delta\theta_1) - \cos(\theta_1 + \delta)) \quad (\text{C.58})$$

Como segundo supuesto se calculan los valores de  $\Delta\theta_1$ ,  $\Delta z_1$ ,  $\Delta\theta_2$  y  $|\Delta \mathbf{f}(\theta_3)|$  en el caso de que el eje central de la silla no rota ( $\Delta\gamma = 0$ ), que la inclinación del chasis con respecto a la vertical en nula ( $\gamma = 0$ ) y que la pendiente de la trayectoria de subida del eje central es la misma que la pendiente que impone el mecanismo de remonte del tren T1 en sus movimientos de superación de obstáculos ( $\mu = \frac{\pi}{2} - \delta$ ). En primer lugar, para calcular los valores de  $\Delta\theta_1$  y  $\Delta z_1$  se hace uso de la expresión (C.50) que se simplifica de la siguiente forma:

$$|\Delta \mathbf{P}_g| e^{j(\frac{\pi}{2} - \delta)} = \Delta z_1 e^{j(\frac{\pi}{2} - \delta)} - l_3 e^{j(\frac{\pi}{2} + \theta_1)} (e^{j\Delta\theta_1} - 1) \quad (\text{C.59})$$

Operando adecuadamente con (C.59) se obtiene:

$$|\Delta \mathbf{P}_g| = \Delta z_1 - l_3 e^{j(\theta_1 + \delta)} (e^{j\Delta\theta_1} - 1) \quad (\text{C.60})$$

Separando (C.60) en la ecuación correspondiente a la parte real y la correspondiente a parte imaginaria resulta:

$$\Delta\theta_1 = 0 \quad (\text{C.61})$$

$$\Delta z_1 = |\Delta \mathbf{P}_g| \quad (\text{C.62})$$

Por otro lado, haciendo uso de (C.49) y con el supuesto anterior se calculan los valores de  $\Delta\theta_1$  y  $\Delta z_1$  resultando:

$$|\Delta \mathbf{P}_g| e^{j(\frac{\pi}{2} - \delta)} = |\Delta \mathbf{f}(\theta_3)| e^{j\alpha_2} + l_4 e^{j(\frac{3\pi}{2} - \theta_2)} (e^{-j\Delta\theta_2} - 1) \quad (\text{C.63})$$

Operando adecuadamente con (C.63) se obtiene:

$$|\Delta \mathbf{P}_g| \mathbf{e}^{j(\frac{\pi}{2}-\delta-\alpha_2)} = |\Delta \mathbf{f}(\theta_3)| + l_4 \mathbf{e}^{j(\frac{3\pi}{2}-\theta_2-\alpha_2)} (\mathbf{e}^{-j\Delta\theta_2} - 1) \quad (\text{C.64})$$

Separando (C.64) en la ecuación correspondiente a la parte real y la correspondiente a la parte imaginaria resulta:

$$\Delta\theta_2 = \arccos \left( l_4 \cos(\theta_2 + \alpha_2) - \frac{|\Delta \mathbf{P}_g| \cos(\delta + \alpha_2)}{l_4} \right) - \theta_2 + \alpha_2 \quad (\text{C.65})$$

$$|\Delta \mathbf{f}(\theta_3)| = |\Delta \mathbf{P}_g| \sin(\delta + \alpha_2) + l_4 (\sin(\theta_2 + \alpha_2 + \Delta\theta_2) - \sin(\theta_2 + \alpha_2)) \quad (\text{C.66})$$

## C.4 Trayectoria del eje central de la silla de ruedas con la misma pendiente que la de los mecanismos de remonte de los trenes T1 o T2

El mecanismo se puede encontrar en esta situación cuando se encuentra en la fase de subida de escaleras en la que los dos trenes despliegan sus mecanismos de remonte. La situación inicial en este caso se muestra en la figura 5.6. Además, los trenes T1 y T2 se mueven con el mismo ángulo de inclinación ( $\mu = \frac{\pi}{2} - \delta$ ). En esta situación, se tienen las siguientes expresiones:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_3) + z_2 \mathbf{e}^{j(\gamma+\frac{\pi}{2}-\delta)} + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma+\frac{\pi}{2}+\mu_6)} + l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma+\frac{3\pi}{2}-\theta_2)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma+\frac{\pi}{2}+\mu_5)} \quad (\text{C.67})$$

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{f}(\theta_4) + z_1 \mathbf{e}^{j(\gamma+\frac{\pi}{2}-\delta)} + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma+\frac{\pi}{2}+\mu_5)} - l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma+\frac{\pi}{2}+\theta_1)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma+\frac{\pi}{2}+\mu_5)} \quad (\text{C.68})$$

Sí el mecanismo realiza un movimiento incremental desde la posición inicial, la nueva situación puede ser modelada mediante las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_g + \Delta \mathbf{P}_g &= \mathbf{f}(\theta_3) + (z_2 + \Delta z_2) \mathbf{e}^{j(\gamma+\frac{\pi}{2}-\delta+\Delta\gamma)} + l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma+\frac{\pi}{2}+\mu_6)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \\ &+ l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma+\frac{3\pi}{2}-\theta_2)} \mathbf{e}^{j(\Delta\gamma-\Delta\theta_2)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma+\frac{\pi}{2}+\mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \end{aligned} \quad (\text{C.69})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_g + \Delta \mathbf{P}_g &= \mathbf{f}(\theta_4) + (z_1 + \Delta z_1) \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta + \Delta\gamma)} + l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \\ &- l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} \mathbf{e}^{j(\Delta\gamma + \Delta\theta_1)} + l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} \mathbf{e}^{j\Delta\gamma} \end{aligned} \quad (\text{C.70})$$

Operando separadamente con (C.67) y (C.68) y por otro lado con (C.69) y (C.70), se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{P}_g &= z_2 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) + \Delta z_2 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta + \Delta\gamma)} \\ &+ l_6 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_6)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) + l_4 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{3\pi}{2} - \theta_2)} (\mathbf{e}^{j(\Delta\gamma - \Delta\theta_2)} - 1) \\ &+ l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) \end{aligned} \quad (\text{C.71})$$

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{P}_g &= z_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) + \Delta z_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} - \delta + \Delta\gamma)} \\ &+ l_1 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) - l_3 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \theta_1)} (\mathbf{e}^{j(\Delta\gamma + \Delta\theta_1)} - 1) \\ &+ l_5 \mathbf{e}^{j(\gamma + \frac{\pi}{2} + \mu_5)} (\mathbf{e}^{j\Delta\gamma} - 1) \end{aligned} \quad (\text{C.72})$$

A continuación se calculan los valores de  $\Delta\theta_2$ ,  $\Delta z_2$ ,  $\Delta\theta_1$  y  $\Delta z_1$  en el caso de que el eje central de la silla no rota ( $\Delta\gamma = 0$ ), que la inclinación del chasis con respecto a la vertical en nula ( $\gamma = 0$ ) y que la pendiente de la trayectoria de subida del eje central es la misma que la pendiente que imponen los mecanismos de remonte en sus movimientos de superación de obstáculos ( $\frac{\pi}{2} - \delta$ ). En primer lugar, para calcular los valores de  $\Delta\theta_2$  y  $\Delta z_2$  se hace uso de la expresión (C.71) que se simplifica de la siguiente forma:

$$|\Delta \mathbf{P}_g| \mathbf{e}^{j(\frac{\pi}{2} - \delta)} = \Delta z_2 \mathbf{e}^{j(\frac{\pi}{2} - \delta)} + l_4 \mathbf{e}^{j(\frac{3\pi}{2} - \theta_2)} (\mathbf{e}^{-j\Delta\theta_2} - 1) \quad (\text{C.73})$$

Operando adecuadamente con (C.73) se obtiene:

$$|\Delta \mathbf{P}_g| = \Delta z_2 + l_4 \mathbf{e}^{j(\pi - \theta_2 + \delta)} (\mathbf{e}^{-j\Delta\theta_2} - 1) \quad (\text{C.74})$$

Separando (C.74) en la ecuación correspondiente a la parte real y la correspondiente a parte imaginaria resulta:

$$\Delta\theta_2 = 0 \quad (\text{C.75})$$



$$\Delta z_2 = |\Delta \mathbf{P}_g| \quad (\text{C.76})$$

Por otro lado, haciendo uso de (C.72) y con el supuesto anterior se calculan los valores de  $\Delta\theta_1$  y  $\Delta z_1$  resultando:

$$|\Delta \mathbf{P}_g| e^{j(\frac{\pi}{2}-\delta)} = \Delta z_1 e^{j(\frac{\pi}{2}-\delta)} - l_3 e^{j(\frac{\pi}{2}+\theta_1)} (e^{j\Delta\theta_1} - 1) \quad (\text{C.77})$$

Operando adecuadamente con (C.77) se obtiene:

$$|\Delta \mathbf{P}_g| = \Delta z_1 - l_3 e^{j(\theta_1+\delta)} (e^{j\Delta\theta_1} - 1) \quad (\text{C.78})$$

Separando (C.78) en la ecuación correspondiente a la parte real y la correspondiente a parte imaginaria resulta:

$$\Delta\theta_1 = 0 \quad (\text{C.79})$$

$$\Delta z_1 = |\Delta \mathbf{P}_g| \quad (\text{C.80})$$

## **C.5 Generacion de trayectorias de subida/bajada mediante la unión de dos arcos de circunferencia y una linea recta con la misma pendiente que la escalera**

En esta sección se explota al máximo los grados de libertad adicionales que posee la silla de ruedas. Estos grados de libertad adicionales permiten el estudio del diseño de diferentes estrategias de subida/bajada que tengan como finalidad el incremento del comfort del pasajero. Como caso particular de aplicación, se diseñará una trayectoria para el eje del chasis mediante la unión de dos arcos de circunferencia y una linea recta con la misma pendiente de subida que la escalera (con ángulo de inclinación  $\xi$ ). Para poder obtener resultados sobre las velocidades y aceleraciones máximas que se pueden imponer al prototipo, se realizará la suposición para la realización de estos cálculos que el prototipo no tiene cambios de configuración durante el proceso de subida o bajada de escaleras. En este caso, para operar con este tipo de perfiles se trata de empezar a acelerar en  $P_0$  y terminar en  $P_1$  de acelerar. A partir de ahí se sube con velocidad constante de valor  $v_2$ .

Si se parametriza la curva de la figura 5.8, se obtiene que el centro de masas se mueve en este caso siguiendo la curva cuyas ecuaciones vienen dadas por:

$$Re [\mathbf{P}_g] = Re [\mathbf{P}_{g0}] + R \sin \theta \quad (\text{C.81})$$

$$Im [\mathbf{P}_g] = Im [\mathbf{P}_{g0}] + R - R \cos \theta \quad (\text{C.82})$$

donde  $R$  es el radio de curvatura de la curva.

Derivando con respecto al tiempo las expresiones (C.81) y (C.82) se obtiene:

$$Re [\dot{\mathbf{P}}_g] = R\dot{\theta} \cos \theta \quad (\text{C.83})$$

$$Im [\dot{\mathbf{P}}_g] = R\dot{\theta} \sin \theta \quad (\text{C.84})$$

Agrupando (C.83) y (C.84) se obtiene la siguiente expresión para el módulo de la velocidad del centro de masas:

$$\dot{\mathbf{P}}_g = R\dot{\theta} \quad (\text{C.85})$$

Suponiendo un perfil de aceleración del mismo tipo que el mostrado en la figura 5.1, es decir, suponiendo una velocidad de centro de masas del tipo  $\dot{\mathbf{P}}_g = at$  donde  $a$  es la aceleración tangencial, se obtiene resolviendo la ecuación (C.85) el siguiente resultado:

$$\theta(t) = \frac{a}{2R}t^2 \quad (\text{C.86})$$

Si se denomina  $t_1$  al instante en el que el centro de masas ha recorrido todo el arco de curvatura hasta llegar al punto de empalme con la recta de subida, y teniendo en cuenta que, por geometría, el ángulo total recorrido debe ser  $\xi$ , se tiene haciendo uso de C.86 la expresión:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2R\xi}{a}} \quad (\text{C.87})$$

La condición de confortabilidad para la trayectoria del centro de masas impone que no se debe superar el módulo de la aceleración máxima  $a_{max}$  en todo el recorrido. Aplicando esta ecuación al caso más desfavorable que es el punto de empalme del arco de curva con la recta de subida, se obtiene la siguiente restricción para la aceleración tangencial en el tramo de curvatura:

$$a = \frac{a_{max}}{\sqrt{1 + 4\xi^2}} \quad (\text{C.88})$$

Para terminar con la determinación de los parámetros de diseño, si se impone la condición de que la velocidad máxima  $V_{max}$  se alcance en el punto de empalme explicado anteriormente, se obtiene la siguiente restricción para el radio de curvatura:

$$R = \frac{V_{max}^2}{2\xi a} \quad (C.89)$$

Para finalizar, se muestran las ecuaciones paramétricas del centro de masas a lo largo de la curva y sus correspondientes derivadas.

$$Re [\mathbf{P}_g] = Re [\mathbf{P}_{g0}] + R \sin \left( \frac{a}{2R} t^2 \right) \quad (C.90)$$

$$Im [\mathbf{P}_g] = Im [\mathbf{P}_{g0}] + R - R \cos \left( \frac{a}{2R} t^2 \right) \quad (C.91)$$

$$Re [\dot{\mathbf{P}}_g] = a \cdot t \cdot \cos \left( \frac{a}{2R} t^2 \right) \quad (C.92)$$

$$Im [\dot{\mathbf{P}}_g] = a \cdot t \cdot \sin \left( \frac{a}{2R} t^2 \right) \quad (C.93)$$

$$Re [\ddot{\mathbf{P}}_g] = a \cdot \cos \left( \frac{a}{2R} t^2 \right) - \frac{a^2 t^2}{R} \sin \left( \frac{a}{2R} t^2 \right) \quad (C.94)$$

$$Im [\ddot{\mathbf{P}}_g] = a \cdot \sin \left( \frac{a}{2R} t^2 \right) + \frac{a^2 t^2}{R} \cos \left( \frac{a}{2R} t^2 \right) \quad (C.95)$$